

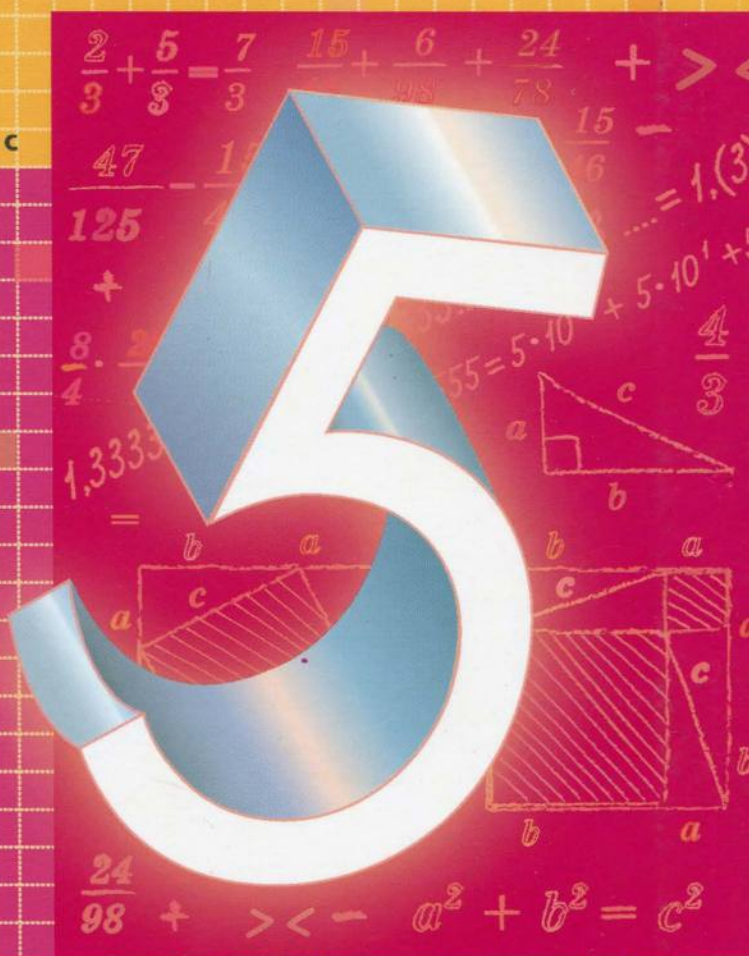
Г. К. Муравин, О. В. Муравина

МАТЕМАТИКА

5

класс

**НОВЫЙ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЙ
СТАНДАРТ**



ДРОФА

Таблица умножения

×	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Квадраты и кубы однозначных чисел

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^2	1	4	9	16	25	36	49	64	81
a^3	1	8	27	64	125	216	343	512	729

Таблица квадратов двузначных чисел

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	100	121	144	169	196	225	256	289	324	361
2	400	441	484	529	576	625	676	729	784	841
3	900	961	1024	1089	1156	1225	1296	1369	1444	1521
4	1600	1681	1764	1849	1936	2025	2116	2209	2304	2401
5	2500	2601	2704	2809	2916	3025	3136	3249	3364	3481
6	3600	3721	3844	3969	4096	4225	4356	4489	4624	4761
7	4900	5041	5184	5329	5476	5625	5776	5929	6084	6241
8	6400	6561	6724	6889	7056	7225	7396	7569	7744	7921
9	8100	8281	8464	8649	8836	9025	9216	9409	9604	9801

Законы арифметических действий

Переместительный закон
сложения

$$a + b = b + a$$

Переместительный закон
умножения

$$a \cdot b = b \cdot a$$

Сочетательный закон
сложения

$$(a + b) + c = a + (b + c)$$

Сочетательный закон
умножения

$$(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$$

Распределительный закон умножения относительно сложения

$$(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$$

Распределительный закон умножения относительно вычитания

$$(a - b) \cdot c = a \cdot c - b \cdot c$$

Свойства нуля и единицы

$$a + 0 = a \quad a - 0 = a \quad a - a = 0$$

$$a \cdot 1 = a \quad a : 1 = a \quad a : a = 1 \quad a \neq 0$$

$$a \cdot 0 = 0 \quad 0 : a = 0 \quad a \neq 0$$

ДРОБИ



$$m : n = \frac{m}{n} \quad \frac{1}{n} \cdot m = \frac{m}{n}$$

Основное свойство дроби

$$\frac{a}{b} = \frac{an}{bn}$$

Действия с дробями

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$$

$$\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$$

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{an}{b}$$

$$\frac{a}{b} : m = \frac{a}{bm}$$

К. С. Муравин, О. В. Муравина

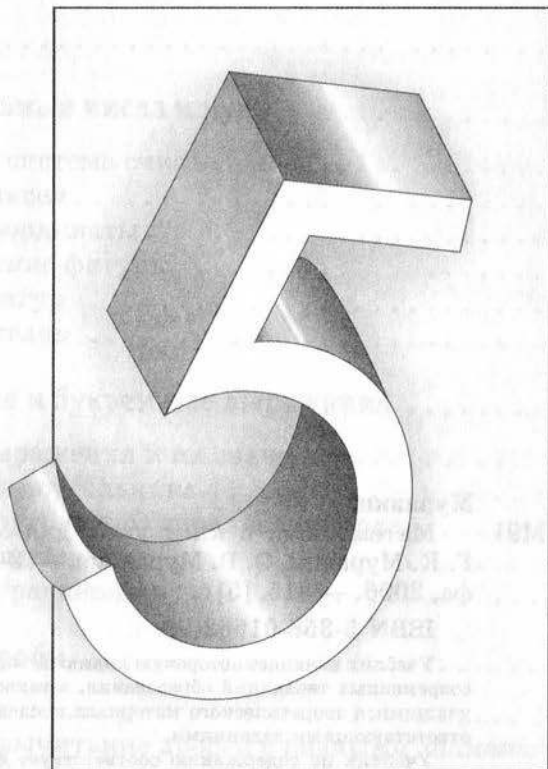
МАТЕМАТИКА

5

класс

Учебник
для общеобразовательных
учреждений

2-е издание, стереотипное



ДРОФА

Москва • 2006

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72
М91

Муравин, Г. К.
М91 Математика. 5 кл. : учеб. для общеобразоват. учреждений /
Г. К. Муравин, О. В. Муравина. — 2-е изд., стереотип. — М. : Дро-
фа, 2006. — 315, [5] с. : ил.

ISBN 5-358-01662-7

Учебник начинает авторскую линию по математике для 5—11 классов. С учетом современных тенденций образования, а также возрастных особенностей усвоения учащимися теоретического материала последний представлен в виде блоков с соответствующими заданиями.

Учебник по содержанию соответствует новому образовательному стандарту. В учебник включены разнообразные и интересные задачи, дифференцированные по уровню сложности. К большинству задач даны ответы, а к трудным задачам — советы и решения.

УДК 373.167.1:51
ББК 22.1я72

ISBN 5-358-01662-7

© ООО «Дрофа», 2005

Оглавление

От авторов	1
------------------	---

Глава 1. Натуральные числа и нуль

1. Десятичная система счисления	1
2. Сравнение чисел	2
3. Шкалы и координаты	3
4. Геометрические фигуры	4
5. Равенство фигур	5
6. Измерение углов	5

Глава 2. Числовые и буквенные выражения

7. Числовые выражения и их значения	6
8. Площадь прямоугольника	7
9. Объем прямоугольного параллелепипеда	8
10. Буквенные выражения	9
11. Формулы и уравнения	10

Глава 3. Доли и дроби

12. Доли и дроби	12
13. Сложение и вычитание дробей с равными знаменателями. Умножение дроби на натуральное число	13
14. Треугольники	13

Глава 4. Действия с дробями

15. Дробь как результат деления натуральных чисел	14
16. Деление дроби на натуральное число. Основное свойство дроби	15

17. Сравнение дробей	164
18. Сложение и вычитание дробей	171
19. Умножение на дробь	179
20. Деление на дробь	186
Глава 5. Десятичные дроби	196
21. Понятие десятичной дроби	196
22. Сравнение десятичных дробей	204
23. Сложение и вычитание десятичных дробей	213
24. Умножение десятичных дробей	219
25. Деление десятичной дроби на натуральное число	225
26. Бесконечные десятичные дроби	231
27. Округление чисел	235
28. Деление на десятичную дробь	242
29. Процентные расчеты	247
30. Среднее арифметическое чисел	254
Глава 6. Повторение	260
31. Натуральные числа и нуль	260
32. Обыкновенные дроби	272
33. Десятичные дроби	279
Ответы, советы, решения	293
Список дополнительной литературы	314

Дорогие пятиклассники!

Вы продолжаете изучать одну из самых древних наук — математику. Ей посвятили и посвящают свои жизни сотни тысяч людей. Одних привлекает широта применения математики в жизни, других — ее внутренняя красота и гармония, третьи находят в ней и то, и другое.

Математика — фундамент технического прогресса. Без нее немыслимы строительство зданий и мостов, использование атомной энергии, космические полеты. Особую роль математики в развитии интеллекта человека отмечал Михаил Ломоносов: «Математику уже затем учить следует, что она ум в порядок приводит».

Знать математику — значит уметь решать задачи. В нашем учебнике много разнообразных и интересных задач, в том числе задачи на смекалку. В решении задач, номера которых не имеют обозначений, вы не должны испытать затруднений. Значком «О» отмечены задачи, в которых путь к ответу связан с небольшими техническими сложностями. Задачи, над которыми следует подумать, имеют обозначение «●». Символом «*» обозначены самые трудные задачи.

Учебник состоит из глав, главы из параграфов. В каждом параграфе есть теоретический материал, который поможет вам в решении задач. В разделе «Ответы, советы, решения» вы найдете ответы к большинству заданий, а к некоторым из них советы и даже решения. Решив задачу, сравните свой ответ с ответом в учебнике. Если ответы разные, вероятно, что кто-то из нас ошибся. Каждый пункт учебника завершается контрольными вопросами и заданиями.

История математики — это история великих открытий. С некоторыми из них вы познакомитесь в разделе «Повторение». Наше время — период расцвета математики, но число еще не сделанных открытий по-прежнему неисчерпаемо. Авторы надеются, что некоторые открытия предстоит сделать вам.

Желаем вам успеха!

Натуральные числа и нуль

1

Десятичная система счисления

Номера домов и страниц книг, даты, время и температура, зарплата и цены, все это выражается числами, без которых жизнь в современном мире даже представить себе невозможно. Изучению свойств и правил действий с числами посвящена значительная часть курса математики 5 и 6 классов.

Впервые числа люди стали использовать для счета животных, деревьев и других объектов окружающей их природы.

Числа 1, 2, 3, ..., которые используются при счете предметов, называли **натуральными** от латинского слова *natura*, что означает природа.

1. 1) Найдите, какие числа соответствуют буквам, стоящим в верхней строке таблицы.

К	Е	Т	И	А	М
560:70	100 – 96	121 – 118	48:8	240:120	279:279

- 2) Подпишите буквы под соответствующими им числами.

1	2	3	4	1	2	3	6	8	2

Слово, которое у вас получилось, — название науки, которая изучает числа, арифметические действия, геометрические фигуры и их свойства.

Счет начинается с числа 1 — наименьшего натурального числа, а каждое следующее натуральное число на 1 больше предшествующего: $1 + 1 = 2$, $2 + 1 = 3$, ..., $99 + 1 = 100$, Вообще, при счете меньшее число называется раньше, а большее позже.

Число нуль меньше 1. Однако число нуль при счете не используется, поэтому его не относят к натуральным числам.

2●. Найдите правильные утверждения и выпишите их номера.

- 1 — любое натуральное число имеет следующее за ним.
- 2 — каждое натуральное число имеет предыдущее число, которое также является натуральным.
- 3 — число 1 — наименьшее натуральное число.
- 4 — наибольшего натурального числа не существует.
- 5 — цифра 4 в записи числа 34 607 означает число сотен.
- 6 — для записи числа 406 405 использовано 6 разных цифр.
- 7 — любое натуральное число больше нуля.
- 8 — десять единиц одного разряда образуют единицу следующего разряда.

3. Запишите число, которое:

- 1) следует за числом 1999;
- 2) предшествует числу 10 000;
- 3)○ на 10 меньше, чем наименьшее двузначное число;
- 4)○ в 3 раза меньше наибольшего двузначного числа;
- 5)○ на 90 больше наименьшего трехзначного числа;
- 6) в 2 раза больше числа 500.

4○. Ответьте на вопросы.

- 1) Сколько существует однозначных чисел?
- 2) Сколько существует двузначных чисел?
- 3)● Сколько раз встречается цифра 7 в записи натуральных чисел от 1 до 100?
- 4)● Сколько различных четырехзначных чисел можно составить, используя только цифры 8 и 0? Прочитайте полученные числа.

У некоторых первобытных племен для счета было всего четыре слова: *один, два, три* и *много*. Развитие цивилизации потребовало несравнимо больше чисел, и люди изобрели различные **системы нумерации**.

Самой удобной оказалась арабская нумерация. С ней вы познакомились в начальной школе. Для записи любого числа в этой системе используются цифры: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 и 0. Всего цифр десять, поэтому арабскую систему называют **десятичной**.

Значение цифры в записи числа меняется в зависимости от места (позиции), которое она занимает. Например, цифра 5 в числе 254 обозначает число десятков, а в числе 513 — число сотен. Поэтому арабская система счисления, которой мы пользуемся, называется **позиционной**.

Чтобы правильно читать и записывать числа, нужно знать таблицу разрядов и классов.

Таблица разрядов и классов

Класс триллионов			Класс миллиардов			Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
	2	0	1	0	0	0	3	8	0	5	0	7	9	8

На нашей странице не поместились более мощные классы. Так, слева от класса *триллионов* в таблице должен быть класс *квадриллионов*, еще левее классы *квинтиллионов*, *секстиллионов* и т. д. Названия этих классов используются редко, ведь даже для всего российского бюджета класса триллионов еще долго, к сожалению, будет достаточно.

5. Прочитайте числа, записанные в таблице.

1) Назовите цифру, которая стоит в разряде: единиц, единиц тысяч, единиц миллионов.

2) Назовите старший разряд чисел.

3) Назовите разряд, в котором стоит цифра 8.

Класс триллионов			Класс миллиардов			Класс миллионов			Класс тысяч			Класс единиц		
сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.	сот.	дес.	ед.
1	0	2	0	0	0	0	0	0	0	8	0	0	4	5
					2	8	0	0	5	6	0	0	0	9
			6	8	1	1	1	1	0	0	4	5	5	5

Правило чтения чисел

Пусть нужно прочитать число 20100038050798.

① Разбиваем число на классы, отделяя по три цифры справа налево: 20 100 038 050 798.

② Читаем число слева направо: называем число, представленное первой группой цифр, и название класса, затем называем число, представленное второй группой цифр, и название класса и т. д.

③ Если все три разряда класса заполнены нулями, то при чтении числа этот класс пропускают.

Число 20 100 038 050 798 читается так: двадцать триллионов сто миллиардов тридцать восемь миллионов пятьдесят тысяч семьсот девяносто восемь.

6. 1) Прочитайте числа:

а) 6470;

д) 4367577030;

б) 34578;

е) 1234567890;

в) 147683;

ж) 207000023040;

г) 1111714;

з) 90324567710101.

2) Назовите разряд числа, в котором стоит цифра 4.

3) Назовите цифру, которая стоит в разряде (если этот разряд в записи числа есть): а) единиц; б) сотен тысяч; в) миллионов; г) десятков миллиардов.

4) Запишите числа: 506305, 3612; 10006; 518200403 в столбик, расположив друг под другом соответствующие разряды.

7°. Составьте число, записанное теми же цифрами, но в обратном порядке. Прочитайте данное число и число, составленное вами:

- 1) 1234; 2) 20135; 3) 602071; 4) 601002007.

8. Прочитайте предложения.

- 1) Длина экватора Земли 40 075 696 м.
- 2) Расстояние от Солнца до Земли 149 597 900 км.
- 3) Один календарный год равен 31 557 600 с.
- 4) Россия занимает площадь 17 075 400 км².

9°. Запишите цифрами:

- 1) наименьшее пятизначное число;
- 2) наибольшее шестизначное число;
- 3) какое-нибудь число, которое больше миллиона;
- 4) число, которое на 2 меньше триллиона.

10. 1) Постарайтесь запомнить правило записи чисел прописью, т. е. словами.

Правило записи чисел

Пятьсот, шестьсот, семьсот, восемьсот, девятьсот пишутся с мягким знаком.

Миллион, миллиард, триллион и др. пишутся с двумя буквами «л». Используются сокращения: тысяча — тыс., миллион — млн, миллиард — млрд, триллион — трлн.

1 млн = 1 000 000, 1 млрд = 1 000 000 000,

1 трлн = 1 000 000 000 000.

2) Запишите цифрами:

- а) пятьдесят шесть тысяч триста восемьдесят восемь;
- б) два миллиона тридцать пять тысяч семь;
- в) сто двадцать пять миллионов двадцать пять миллионов семьсот три тысячи сто один;
- г) двести тридцать миллионов пятьдесят тысяч двадцать один;
- д) один миллион восемь;

- е) один миллиард две тысячи пять;
ж) ^О наибольшее пятизначное число;
з) ^О наименьшее семизначное число.

11. Запишите прописью числа:

- 1) 708; 2) 1 600 004; 3) 1 500 000 008; 4) 1 000 000 000 909.

12. Запишите с помощью цифр числа:

- | | |
|---------------------|------------------------------|
| 1) 23 тыс.; | 7) 601 тыс. 7 ед.; |
| 2) 205 млн; | 8) 23 млн 4 сот.; |
| 3) 40 млрд; | 9) 301 млрд 5 млн 6 тыс.; |
| 4) 14 трлн; | 10) 147 млн 59 тыс. 8 ед.; |
| 5) 26 млн 113 тыс.; | 11) 309 тыс. 51 сот. 12 ед.; |
| 6) 97 млрд 56 млн; | 12) 1 млн 1 тыс. 1 ед. |

13. 1) По какому правилу записываются числа в последовательности:

- | | |
|---------------------------|------------------------|
| а) 111, 222, 333, ...; | в) 234, 368, 502, ...; |
| б) 1500, 1300, 1100, ...; | г) 10, 100, 1000, ...? |

2) Продолжите последовательность, записав следующие два числа. Прочитайте записанные числа.

14. 1) Запишите семизначное число. Прочитайте записанное число. Назовите старший разряд в этом числе. Сколько классов в данном числе?

2) Запишите восьмизначное число, в котором 5 млн и 5 ед. Прочитайте полученное число. Назовите старший разряд в этом числе. Сколько цифр в записи данного числа?

Сумма разрядных слагаемых

Числа в десятичной системе складываются из значений цифр, которыми они записаны.

Так, например, $70\ 893 = 70\ 000 + 800 + 90 + 3$.

Слагаемые правой части равенства называют *разрядными*.

15. Найдите устно сумму:

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------------|
| 1) $6000 + 500 + 50 + 4$; | 3) $8\ 000\ 000 + 50\ 000 + 6$; |
| 2) $700\ 000 + 6000 + 30 + 7$; | 4) $1\ 000\ 000\ 000 + 200 + 1$. |

16. Представьте в виде суммы разрядных слагаемых числа:

- 1) 5 326 192; 3) 40 204; 5) 1 000 845;
2) 356 200; 4) 300 002; 6) 1 000 200 012.

17. 1) Найдите сумму цифр числа:

- а) 58 297; б) 999 999; в) 3 333 444; г) 407 803.

Образец нахождения суммы цифр числа 70 893:

$$7 + 0 + 8 + 9 + 3 = 27.$$

2) Составьте пятизначное число, сумма цифр которого равна 5.

3)● Найдите число на 18 большее суммы его цифр.

4)● Сколько всего можно составить трехзначных чисел, сумма цифр каждого из которых равна:

- а) одному; б) двум; в) трем?

18●. На сколько можно уменьшить число 459 218, чтобы в нем изменилась только цифра, стоящая в разряде:

- 1) десятков; 2) сотен; 3) тысяч; 4) десятков тысяч?

19○. 1) Назовите старший разряд частного:

- а) $438 : 6$; в) $6417 : 31$; д) $164\,502 : 78$;
б) $935 : 5$; г) $18\,585 : 315$; е) $4\,139\,100 : 73$.

2) Назовите старший разряд произведения:

- а) $56 \cdot 9$; в) $569 \cdot 15$; д) $4590 \cdot 23$;
б) $179 \cdot 8$; г) $315 \cdot 231$; е) $7803 \cdot 467$.

20. 1) В книге 200 страниц. Саша прочитал 90 страниц. Сколько страниц ему осталось прочитать?

2)● В книге 200 страниц. Саша прочитал 90, а Коля — 110 страниц. Можно ли сказать, что они вместе прочитали всю книгу?

21. Найдите двузначное число, произведение цифр которого равно наибольшему однозначному числу, а цифра десятков меньше цифры единиц.



Задачи на смекалку

22. Коля ждет зеленого сигнала светофора и вслух считает проезжающие машины. Сколько машин проехало мимо Коли после того, как он назвал число 17, если при счете 35 зажегся зеленый свет? Каким действием вы нашли ответ на вопрос задачи?
23. 1) Каким числом может оказаться разность трехзначного числа и суммы его цифр?
2) Запишите какие-нибудь два трехзначных числа, у которых эта разность: а) наименьшая; б) наибольшая.
24. Сколько различных чисел можно записать цифрами 1, 3, 8 и 0, если цифры в записи числа не повторяются?
25. Из трехзначного числа, записанного цифрами 5, 6 и 7, вычитается число 23. Какое наименьшее число можно записать, используя все цифры результата?
26. Записаны подряд натуральные числа от 1 до 99. Сколько раз в записи всех чисел встречается цифра 9?
27. 1) В книге 250 страниц. Сколько цифр понадобится, чтобы пронумеровать все страницы?
2) Для нумерации страниц книги потребовалось 1392 цифры. Сколько страниц в этой книге?
28. Игра «Число 100». Играют двое. Игроки поочередно называют произвольные натуральные числа не больше 10. Эти числа складываются. Победителем считается тот, кто первым произнесет число, которое в сумме с названными ранее числами даст 100. Как нужно играть, чтобы всегда оставаться победителем?

Контрольные вопросы и задания

1. Прочитайте число 9876543210. Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых. Сколько классов в записи данного числа? Какая цифра стоит в разряде десятков миллионов?

2. Запишите с помощью цифр число двадцать пять миллиардов сто миллионов двадцать восемь.
3. Запишите прописью число 1500060300.

2

Сравнение чисел

В жизни часто приходится сравнивать различные величины. Для этого в русском языке есть специальные слова: ближе, дальше, выше, ниже, шире, уже, быстрее, медленнее, тяжелее, легче и т. п. В математике при сравнении чисел используют слова «больше» и «меньше». При записи эти слова заменяют специальными обозначениями — знаками неравенств: «>» — больше, «<» — меньше. Записи, составленные с помощью этих знаков, называют **неравенствами**. Если же числа равны, то между ними ставится знак равенства «=» — равно. Такие записи называют **равенствами**.

29. 1) Назовите равенства и неравенства:

- а) $2306 = 2306$; в) $2347 + 11 = 2355$;
б) $1\ 235\ 003 < 1\ 236\ 003$; г) $578 > 398$.

2) Прочитайте равенства и неравенства.

3) Проверьте, следовали ли вы при чтении следующему правилу.

Правило чтения равенств и неравенств

Левую часть равенства читают в именительном падеже, а правую — в дательном.

Например, $5000 = 5000$ — пять тысяч равно пяти тысячам; $3 + 4 = 7$ — сумма трех и четырех равна семи.

Левую часть неравенства читают в именительном падеже, а правую — в родительном падеже.

Например, $6\ 000\ 000 > 5\ 000\ 000$ — шесть миллионов больше пяти миллионов.

30. 1) Сравните числа:

а) 98 и 89;

г) 34 и 134;

б) 4067 и 4076;

д) 1056 и 156;

в) 123 447 и 123 546;

е) 5 000 000 и 500 000.

2) Как вы сравнивали числа в первом столбце и во втором столбце?

Правило сравнения чисел

① Сравнить количество цифр в записи сравниваемых чисел.

② Если количество цифр в записи чисел разное, то больше число, у которого количество цифр больше.

Например, $3456 > 987$, потому что четырехзначное число больше трехзначного числа.

③ Если количество цифр одинаковое, то сравниваем числа поразрядно, начиная со старшего разряда. Больше то число, у которого первая слева отличная цифра больше.

Например, $59\ 042 > 59\ 037$, потому что у данных чисел в разрядах десятков тысяч, единиц тысяч, сотен цифры равные, а цифра десятков в числе 59 042 больше, чем в числе 59 037.

31. 1) Сравните числа:

а) 10 и 100;

в) 276 000 и 1000;

б) 5000 и 500;

г) 56 000 000 и 2000.

2) На сколько одно число больше другого?

3) Во сколько раз одно число меньше другого?

32. 1) Самое глубокое озеро мира — Байкал, его глубина составляет 1620 м. Марианская впадина в Тихом океане имеет глубину, равную 11 022 м. На сколько метров Марианская впадина глубже Байкала?

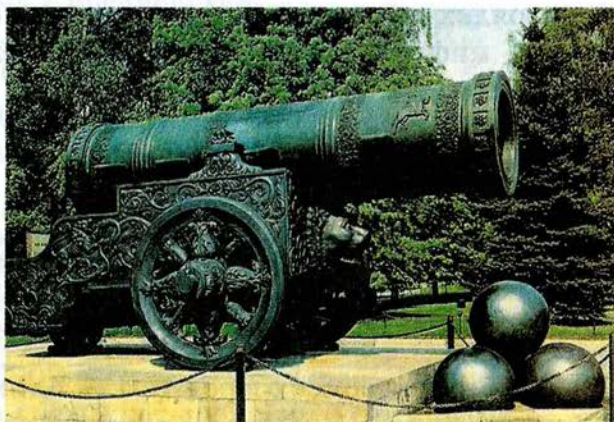
2) Площадь Тихого океана составляет 179 650 тыс. км², Атлантического океана — 106 100 тыс. км², а Индийского

океана — 74 900 тыс. км², Северного Ледовитого океана — 14 750 тыс. км². На сколько тысяч квадратных километров площадь Тихого океана меньше суммы площадей Атлантического, Индийского и Северного Ледовитого океанов?

3) Гора Чогори в Азии занимает второе место в мире по высоте, которая составляет 8611 м, что на 2969 м больше высоты самой высокой вершины России — Эльбруса и на 237 м ниже самой высокой горы мира — Эвереста. Найдите высоту Эльбруса и Эвереста.

33. 1) Во сколько раз масса «Царь-колокола», находящегося на территории Кремля, больше самого большого китайского колокола, если известно, что масса «Царь-колокола» равна 12 000 пудов, а масса китайского колокола 3000 пудов? (12 тыс. пудов = 200 т.)

2) Недалеко от «Царь-колокола» стоит «Царь-пушка», ее масса в 5 раз меньше массы «Царь-колокола». В 1536 г. «Царь-пушка» была самым большим артиллерийским оружием. Найдите массу «Царь-пушки».



34°. 1) Отцу 38 лет, а сыну 14. Во сколько раз отец был старше сына 6 лет назад?

2) Продолжительность жизни современных людей в 2 раза больше, чем первобытных людей, и на 40 лет меньше, чем

живут долгожители в настоящее время. Сколько лет живут современные долгожители, если средняя продолжительность жизни современных людей 80 лет?

35. 1) Потратили 213 р., что на 85 р. меньше, чем осталось. Сколько рублей осталось?

2) Проехали 153 км, что на 65 км больше, чем осталось проехать. Сколько километров осталось проехать?

36. С 1990 г. во Франции на железной дороге курсирует высокоскоростной поезд, который расстояние 400 км между Парижем и Лионом проходит за 2 ч. В 1987 г. в Японии был создан поезд, летящий над рельсами на магнитной подвеске. Японскому поезду на 400 км потребовался бы всего 1 ч.

1) На сколько скорость японского поезда больше, чем французского?

2) Во сколько раз японский поезд быстрее французского?

3) Во сколько раз скорости поездов, созданных в 1987 г. и 1990 г., больше скорости первого поезда, построенного в 1804 г., который развивал скорость 20 км/ч?

37. Решите задачи и сами придумайте какую-нибудь задачу, которая имеет такое же решение.

1) Расстояние между Москвой и Ярославлем равно 240 км. Автобус проходит это расстояние за 5 ч, а поезд — за 4 ч. На сколько километров в час скорость поезда больше скорости автобуса?

2) У Светы 240 р. Она может купить на них 4 марки или 5 конвертов. На сколько конверт дешевле марки?

3) Токарь вытачивает 240 деталей за 4 дня, а его ученик — за 5 дней. На сколько производительность токаря выше производительности его ученика?

4) Бассейн объемом 240 м³ наполняется одной трубой за 4 ч, а второй — за 5 ч. На сколько пропускная способность первой трубы больше пропускной способности второй трубы?

38●. Сравните, если возможно, числа, в которых некоторые цифры обозначены звездочками:

- 1) $1***$ и $2**$; 3) 1423 и $*789$; 5) $5**1*$ и $5**2*$;
2) $9***$ и $8***$; 4) $***23$ и $**89$; 6) 2579 и $257*$.

39●. 1) Замените звездочки цифрами так, чтобы получились верные неравенства:

- а) $3128 > 3*28$; в) $107*9 > 10769$; д) $5*1*82 > 581782$;
б) $*556 < 3556$; г) $47583 > 4758*$; е) $5***83 < 500161$.

2)● Сколькими способами можно получить верные неравенства в каждом случае?

40●. Верно ли, что у большего числа:

1) сумма разрядных слагаемых больше, чем у меньшего числа;

2) сумма цифр больше, чем у меньшего числа?

Если ответ утвердительный, то объясните его, если отрицательный, то приведите **контрпример** (пример, который опровергает утверждение).

41. Запишите массы животных в порядке возрастания:

курица — 1900 г, овца — 62 кг, индюк — 17 кг, слон — 4 т, голубь — 500 г, верблюд — 6 ц.

42. 1) Назовите все натуральные числа, которые лежат между:

- а) 9 и 15; в) 5837 и 5840;
б) 1098 и 1103; г) 1 999 998 и 2 000 000.

2) Существует ли натуральное число, которое лежит между:

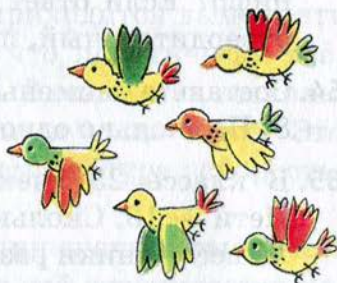
- а) 0 и 2; в) 5728 и 5729;
б) 0 и 1; г) 78 125 и 78 215?

43. Найдите сумму всех чисел, которые больше 135, но меньше 142.

Когда одно число больше другого, но меньше третьего, часто используют двойные неравенства.

Например, $2 < 3 < 5$. Это двойное неравенство читается так: «три больше двух, но меньше пяти».

44. Запишите в виде двойного неравенства:
- 1) число пять больше четырех, но меньше шести;
 - 2) число сто больше девяносто девяти, но меньше ста двух.
45. Прочитайте двойное неравенство:
- 1) $15 < 19 < 21$;
 - 2) $0 < 5 < 10$;
 - 3) $307\,831 < 310\,000 < 310\,005$;
 - 4) $1\,000\,000 < 1\,000\,100 < 1\,100\,000$.
46. Запишите какое-нибудь двойное неравенство, среднее число в котором равно результату вычислений:
- 1) $579 + 183$;
 - 2) $7903 - 578$;
 - 3) $56 \cdot 23$;
 - 4) $790\,704 : 51$.
47. Запишите в порядке:
- 1) возрастания все двузначные числа, большие 95;
 - 2) убывания все четные числа, меньшие 10;
 - 3) возрастания все нечетные однозначные числа;
 - 4) убывания все **круглые числа** (числа, оканчивающиеся нулем), которые больше 15 631, но меньше 15 675.
48. Наблюдатели оценили, что в стае не меньше 40, но не больше 50 птиц. Сколько птиц могло быть в стае?
49. Игра «Отгадайте число».
- 1) Задумали число, которое оканчивается цифрой 7. Это число больше 360, но меньше 370. Какое число задумали?
 - 2) Задумали четное число, которое больше 182, но меньше 186. Какое число задумали?
 - 3) Придумайте сами аналогичную задачу и задайте ее соседу по парте.



Кроме неравенств со знаками «>» и «<», которые называют **строгими**, используют **нестрогие** неравенства, для которых введены знаки «≥» и «≤». Знак «≥» читается «больше или равно», знак «≤» — «меньше или равно». Нестрогое неравенство

допускает случай равенства левой и правой его частей. Так, например, $6 \leq 6$ — верное неравенство.

50. Прочитайте верные неравенства:

- 1) $23 < 32$; 3) $5 \leq 7$; 5) $7 \geq 7$; 7) $56 \leq 60 < 62$;
2) $178 > 158$; 4) $19 \geq 9$; 6) $7 \leq 7$; 8) $97 < 98 \leq 100$.

51. Каким числом можно заменить букву x , чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $x < 3$; 5) $67 < x < 72$;
2) $x \leq 3$; 6) $67 \leq x < 72$;
3) $5 < x < 7$; 7) $198 < x < 201$;
4) $5 \leq x \leq 7$; 8) $198 < x \leq 201$?

Задачи на смекалку

52. В числе 4 390 158 вычеркните две цифры так, чтобы получилось: 1) наибольшее число; 2) наименьшее число.

53. Может ли меньшее из двух чисел иметь большую сумму цифр? Если ответ отрицательный, то объясните его, если утвердительный, приведите пример.

54. Составьте наименьшее и наибольшее числа из цифр 0, 1, 2, 8. На сколько одно число больше другого?

55. В классе 23 ученика. Выше Васи — 17 человек, ниже Пети — 13. Сколько человек выше Васи, но ниже Пети, если все ученики разного роста?

56. Из книги выпали страницы, идущие подряд. Первая из них имеет номер 485, а номер последней страницы состоит из тех же цифр, но записанных в обратном порядке. Сколько листов выпало из книги?

57. Из 25 учеников класса 17 изучают английский язык, 15 — французский. Сколько учеников изучают оба языка, если изучение иностранного языка обязательно?

58. Во сколько раз лестница, ведущая на шестой этаж дома, длиннее лестницы, ведущей на второй этаж того же дома?

Контрольные вопросы и задания

1. Сравните числа 257 890 037 и 257 800 939.
2. На сколько число 38 057 меньше 40 000? Во сколько раз число 1245 меньше 631 215?
3. Самая крупная гигантская галапагосская черепаха передвигается со скоростью 370 м/ч. Трехпалый ленивец, большую часть жизни спящий на деревьях, даже если очень постарается, преодолеет не более 5 м за минуту. Но даже эти животные легко обгонят улитку, которая за минуту проползает 15 см. Расположите названия животных в порядке возрастания их скоростей.

3

Шкалы и координаты

Также часто, как считать, в жизни приходится выполнять различные измерения. Можно сказать, что практически всё, что нельзя пересчитать, можно измерить. Однако есть несколько величин, измерять которые приходится чаще всего. Это величины: расстояние, время, масса, температура, скорость, площадь и объем.

При измерении каждой из этих величин сначала выбирается единица измерения — **мера**, а затем с ней сравнивается измеряемая величина.

При измерении расстояния нужна единица длины. Если нас интересует расстояние между городами, мы выбираем километр и находим, что, например, от Москвы до Санкт-Петербурга 651 километр (км). Для измерения ширины класса нужно выбрать другую единицу длины — метр (м). Длина классной доски может быть выражена в дециметрах (дм). Рост человека измеряют в сантиметрах (см), а толщину нашего учебника естественно измерять в миллиметрах (мм).

59. Выделите единицы длины в следующих предложениях.

- 1) Расстояние от дома до магазина 50 метров.
- 2) Расстояние от Земли до Солнца равно одной астрономической единице.
- 3) Расстояние от Земли до Луны 384 000 километров.
- 4) Дюймовочка была высотой с дюйм.
- 5) Длина куска ткани в лавке была равна 7 локтям.

Правила записи единиц измерения длины и массы

Единицы измерения:

длины: километр, метр, дециметр, сантиметр, миллиметр;

массы: тонна, центнер, килограмм, грамм.

При сокращении названий единиц измерения точка в конце не ставится. Например, 1 кг, 25 ц, 708 т.

60. 1) Прочитайте результаты измерений: 480 м; 5003 кг; 4488 г; 840 ц; 5300 мм; 484 см; 5030 дм.

2) В какие две группы можно объединить представленные результаты измерений?

61. Запишите цифрами:

- 1) одиннадцать километров двадцать пять метров;
- 2) два дециметра пять сантиметров;
- 3) две тонны три центнера;
- 4) тринадцать килограммов двести тридцать семь граммов.

Единицы длины связаны между собой следующими соотношениями:

$$1 \text{ км} = 1000 \text{ м}, 1 \text{ м} = 10 \text{ дм}, 1 \text{ дм} = 10 \text{ см}, 1 \text{ см} = 10 \text{ мм}.$$

Для перехода от одних единиц к другим удобно пользоваться *схемой перевода единиц длины*:

$$\begin{array}{ccccccc} & \cdot 1000 & & \cdot 10 & & \cdot 10 & & \cdot 10 \\ \text{км} & \xleftrightarrow{\quad} & \text{м} & \xleftrightarrow{\quad} & \text{дм} & \xleftrightarrow{\quad} & \text{см} & \xleftrightarrow{\quad} & \text{мм} \\ & : 1000 & & : 10 & & : 10 & & : 10 \end{array}$$

62. 1)● Объясните, как пользоваться данной схемой.

2) Замените многоточия числами:

- | | |
|---------------------------|----------------------------------|
| а) 9 км = ... м; | з) 4 м 2 дм 6 см = ... см; |
| б) 4 км 600 м = ... м; | и) 300 мм = ... см; |
| в) 60 дм = ... м; | к) 2 км 341 м = ... см; |
| г) 3 км 2 м = ... м; | л) 23 100 м = ... км ... м; |
| д) 450 000 мм = ... м; | м) 44 мм = ... см ... мм; |
| е) 6 дм 2 см = ... см; | н) 547 см = ... м ... дм ... см; |
| ж) 18 см = ... дм ... см; | о) 3 234 000 мм = ... км ... м; |
| | п) 900 020 см = ... км ... дм. |

3) Выполните действия:

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| а) 1 км – 12 см; | в) 3 км 5 дм – 9 дм 3 см; |
| б) 2 км 20 м – 1 км 76 м; | г) 5 м – 3 дм 8 см. |

Правило чтения именованных чисел

При чтении именованных чисел в равенстве пользуются следующим правилом: числительные, стоящие в левой части, читают в именительном падеже, а числительные, стоящие в правой части, читают в дательном падеже. Например,

1 м = 100 см — один метр равен ста сантиметрам;

2 км = 2000 м — два километра равны двум тысячам метров;

10 см = 1 дм — десять сантиметров равны одному дециметру.

63. Дана схема перевода единиц массы:

$$\begin{array}{ccccc} & \cdot 10 & & \cdot 100 & & \cdot 1000 \\ \text{т} & \longleftrightarrow & \text{ц} & \longleftrightarrow & \text{кг} & \longleftrightarrow & \text{г} \\ & : 10 & & : 100 & & : 1000 \end{array}$$

1) Заполните многоточия в следующих равенствах:

- | | |
|------------------|------------------|
| а) 1 т = ... ц; | г) 1 ц = ... г; |
| б) 1 ц = ... кг; | д) 1 т = ... г; |
| в) 1 кг = ... г; | е) 1 т = ... кг. |

2) Выразите:

- | | |
|-------------------------|-----------------------------|
| а) 2 ц 37 кг в граммах; | б) 250000000 г в центнерах. |
|-------------------------|-----------------------------|

3) Сравните:

а) 3 т и 3000 кг;

г) 5 т 4 ц 5 кг и 546 000 г;

б) 2 000 000 г и 3 т;

д) 2103 кг и 2 т 1 ц;

в) 4 т 3 ц и 420 кг;

е) 50 т 57 кг и 505 ц.

4) Заполните многоточия так, чтобы получились верные равенства:

а) 4 т 4 ц + 23 ц = ... ц;

г) 7 ц - 257 кг = ... кг;

б) 256 кг + 149 кг = ... г;

д) 1 т - 1 ц 1 кг 1 г = ... г;

в) 45 т + 19 т = ... ц;

е) 6 т 7 ц + 3 т 3 ц = ... т.

64. Выполните действия:

1) 5 см 5 мм · 6;

5) 72 кг : 16 кг;

2) 3 т 4 ц : 2;

6) 24 м : 60 см;

3) 700 ц : 10;

7) 53 км 286 м + 30 км 744 м;

4) 5 км : 100;

8) 24 т 536 кг + 72 т 924 кг.



Обычно измерения выполняются с помощью соответствующих приборов. Так, чтобы найти ширину класса, можно взять рулетку, при измерении длины отрезка в тетради мы пользуемся линейкой, а для измерения длины кривой линии существует *курвиметр* (от латинского слова *curvus* — кривая). Для измерения времени используются часы или секундомер, для измерения массы служат весы, температуру измеряют *термометром* (градусником), скорость — *спидометром* (от английского слова *speed* — скорость).

На линейке, весах, термометре и спидометре нанесены шкалы, на которых мы и видим результаты измерений. Число единиц измерения, соответствующих одному делению шкалы, называют *ценой деления*.

65. 1) Назовите приборы, изображенные на рисунке 1.

2) Что измеряют эти приборы?

3) Назовите цену деления шкалы каждого из приборов.

4) Снимите показание прибора.

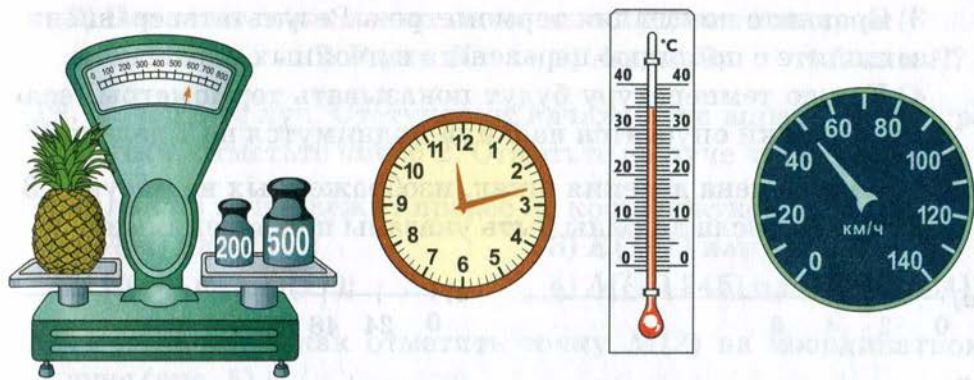


Рис. 1

Как бы аккуратно мы ни применяли измерительный прибор, полученный результат может отличаться от измеряемой величины на *цену деления* этого прибора. Так, при использовании линейки *точность измерения* равна 1 мм, термометр показывает температуру *с точностью* до 1 градуса, а весы измеряют массу товара с точностью до 50 г. Говорят, что результаты измерения величин являются *приближенными*.

66. Назовите точность измерения приборов на рисунке 1.

67. 1) Какова точность измерения термометров, изображенных на рисунке 2?

2) Какую температуру показывает каждый термометр?

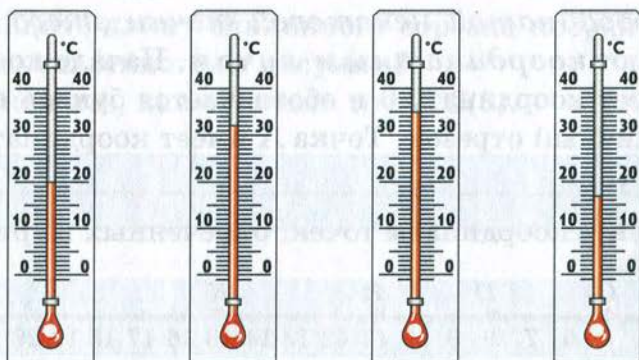


Рис. 2

3) Сравните показания термометров. Результаты сравнения запишите с помощью неравенств и двойных неравенств.

4) Какую температуру будут показывать термометры, если их столбики опустятся на 5 или поднимутся на 7 делений?

68. 1) Какова цена деления шкал, изображенных на рисунке 3?

2) Какие числа должны быть указаны под делениями?

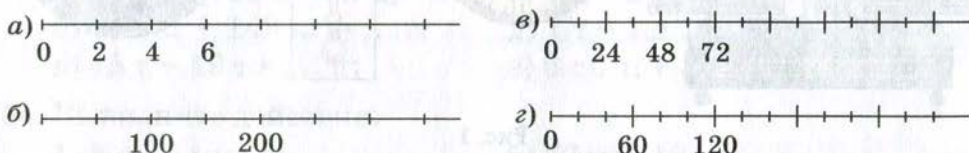


Рис. 3

69. 1) Начертите в тетради отрезок длиной 8 см. Над левым концом отрезка напишите число 0, а над правым — 40. Разделите отрезок штрихами на 8 равных частей.

2) Расставьте на полученной шкале числа 20, 35, 25, 15.

3) Какова цена деления этой шкалы?

На рисунке 4 стрелочка справа говорит о том, что изображена только некоторая часть бесконечной шкалы. Другими словами, можно сказать, что эта шкала нанесена на луч.

Под точками луча подписаны числа, которые называются **координатами** этих точек. Любое натуральное число является координатой некоторой точки этого луча. Сам луч называют **координатным лучом**. Начало координатного луча имеет координату 0 и обозначается буквой *O*. Отрезок *OE* — единичный отрезок. Точка *A* имеет координату 2. Записывается: *A*(2).

70. 1) Назовите координаты точек, отмеченных на рисунке 4.

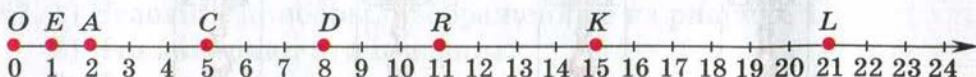


Рис. 4

а) O или E ; б) D или K ; в) A или E ; г) L или R ?

72. Какая из точек лежит правее на координатном луче:

1) $A(4)$ или $B(5)$;

3) $K(101)$ или $L(110)$;

2) $C(13)$ или $D(11)$;

4) $M(10\ 245)$ или $N(10\ 254)$?

73●. Расскажите, как отметить точку $M(2)$ на координатном луче (рис. 5).

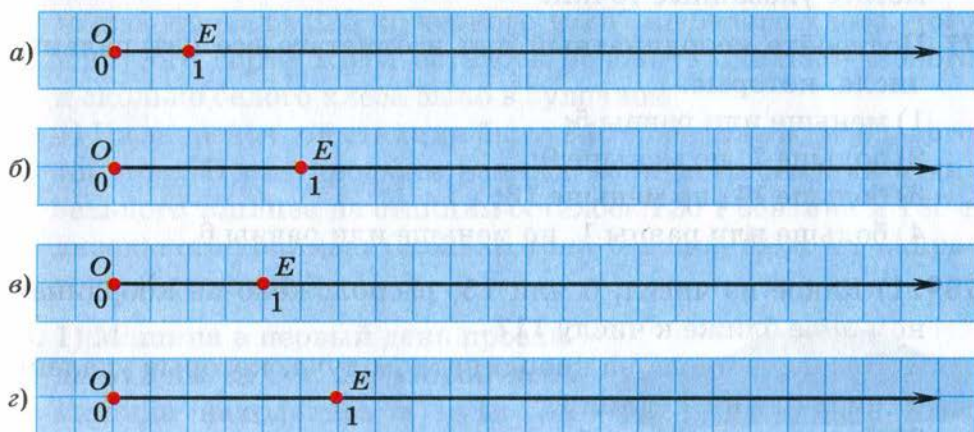


Рис. 5

74●.1) Найдите длину единичного отрезка координатного луча, представленного на рисунке 6.

2) Расскажите, как отметить точку $C(3)$.

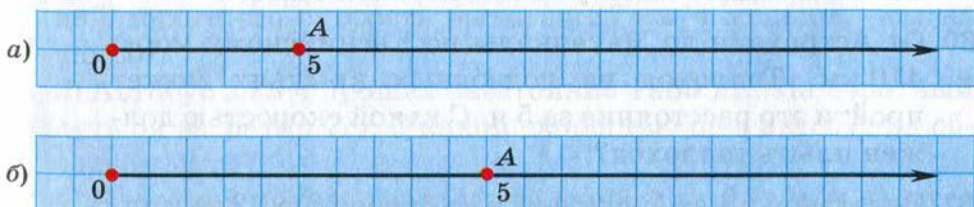


Рис. 6

75. 1) Отметьте на координатном луче с единичным отрезком, равным 1 см, точки: $O(0)$, $E(1)$, $S(5)$, $R(3)$, $T(7)$.
2) На этом же луче отметьте точки, которые удалены от точки T на 2 единицы. Запишите координаты этих точек.
76. 1) Какой отрезок вы примете за единичный, если вам нужно отметить на координатном луче точки:
а) $A(25)$, $B(40)$, $C(62)$;
б) $D(150)$, $T(210)$, $F(550)$;
в) $K(1200)$, $L(1400)$, $M(1650)$?
2) Для каждого случая постройте координатные лучи и отметьте указанные точки.
77. Постройте координатный луч и отметьте все натуральные числа, которые:
1) меньше или равны 5;
2) больше 7, но меньше 9;
3) больше 11, но меньше 13;
4) больше или равны 1, но меньше или равны 6.
78. 1) Какое из чисел, 5 или 15, расположено на координатном луче ближе к числу 11?
2) Назовите числа на координатном луче, которые удалены от числа 14 на 5 единиц.
3) Назовите какие-нибудь два числа на координатном луче, равноудаленные от числа 8.
79. Останкинская телевизионная башня в Москве состоит из железобетонной опоры высотой 384 м и металлической части, которая короче этой опоры на 231 м. Найдите высоту телевизионной башни.
80. От Астрахани до Махачкалы по Каспийскому морю 410 км. Теплоход на подводных крыльях может пройти это расстояние за 5 ч. С какой скоростью должен плыть теплоход?
81. Эскалатор в метро движется со скоростью 32 м/мин. Длина эскалатора 96 м. На сколько быстрее спустит-



ся к поезду пассажир, идущий по эскалатору со скоростью 16 м/мин, чем стоящий на эскалаторе пассажир?

82. 1) Магазин получил 8 коробок с печеньем и 6 коробок с конфетами. Все печенье весило 72 кг. Вес коробки с печеньем в 3 раза меньше веса коробки с конфетами. Сколько всего килограммов печенья и конфет получил магазин? (Вес пустой коробки не учитывать.)

2) Макароны упаковали в одинаковые коробки. Масса 17 коробок на 32 кг больше, чем масса 9 коробок. Хватит ли 214 коробок для упаковки 970 кг макарон?

3) В булочной было 874 кг черного и белого хлеба. После того как продали 325 кг черного и 237 кг белого хлеба, того и другого сорта хлеба осталось поровну. Сколько черного и сколько белого хлеба было в булочной?

4) На заправочной станции было 540 т бензина и дизельного топлива. После продажи равных количеств бензина и дизельного топлива на станции осталось 120 т бензина и 130 т дизельного топлива. Сколько тонн бензина было на заправочной станции?

83. 1) Машина в первый день проехала 513 км за 9 ч. Во второй день машина находилась в пути 7 ч и ехала с прежней скоростью.



Сколько километров проехала машина за 2 дня?

2) Весь путь автомобиля составил 465 км. На первый участок пути по шоссе автомобиль затратил 3 ч, на второй по проселочной дороге — 5 ч. Найдите скорость автомобиля на каждом участке пути, если известно, что на проселочной дороге его скорость была на 27 км/ч меньше, чем на шоссе.

3) Автобус за 8 ч прошел расстояние 1680 км. На обратный путь он затратил 7 ч. С какой скоростью шел автобус на обратном пути?

4) Моторная лодка, двигаясь со скоростью 15 км/ч, за первый день прошла 210 км. Во второй день, увеличив ско-

рость на 3 км/ч, лодка прошла 306 км. Сколько часов моторная лодка была в пути?

84. Практическая работа.

Когда нет измерительного прибора, расстояния можно измерять «голыми руками». Для этого полезно знать:

а) расстояние между концами большого и указательного пальцев, когда они широко раздвинуты; б) ширину своей ладони; в) расстояние между концами раздвинутых среднего и указательного пальцев; г) длину своего указательного пальца; д) расстояние между концами большого пальца и мизинца, когда они широко расставлены (рис. 7).

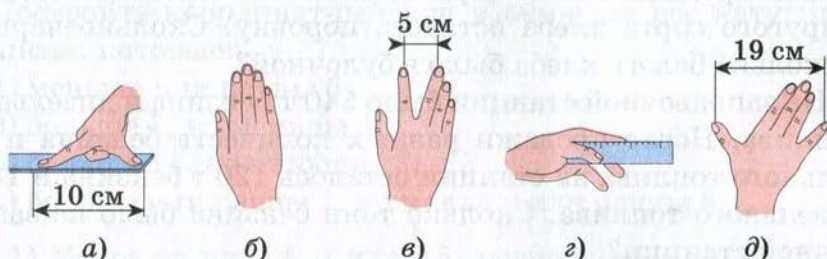


Рис. 7

Задание.

- 1) Измерьте с помощью линейки размеры своей руки.
- 2) Измерьте рукой ширину парты.
- 3) Проверьте полученный результат с помощью линейки.

Задачи на смекалку

85. Циферблат часов (рис. 8) нужно разрезать на 6 частей любой формы так, чтобы суммы чисел на каждой части были равны.

86. На вопрос: «Сколько тебе лет?» Петя ответил: «Позавчера мне было 10 лет, а в будущем году мне будет 13 лет». В каком месяце и какого числа произошел этот удивительный диалог?



Рис. 8

87. Кладем гирьку 1 г на левую чашку весов, затем 2 г — на правую, 3 г — вновь на левую, 4 г — на правую и т. д. до 100 г включительно. На сколько граммов груз на правой чашке весов больше?
88. Банка с медом весит 500 г. Такая же банка с керосином весит 350 г. Керосин легче меда в 2 раза. Сколько весит пустая банка?
89. Портной имеет отрез сукна длиной 10 м и каждый день отрезает по одному метру. На который день он отрежет в последний раз?
90. Как, ничего не измеряя, отрезать от ленты длиной 1 м 44 см кусок длиной 27 см?

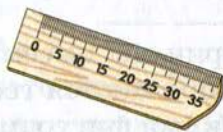
91. Из трех одинаковых по виду колец одно несколько легче двух других. Как определить это кольцо с помощью одного взвешивания на рычажных весах?



92. Разгадайте ребус.



и



Контрольные вопросы и задания

1. Назовите измерительные приборы, с которыми вы встречались в жизни.
2. Назовите единицы измерения: времени, скорости, массы, длины, температуры. Составьте схему перевода одних единиц времени в другие.
3. Постройте координатный луч и отметьте на нем следующие точки: $A(10)$, $B(25)$, $C(40)$, $D(50)$. Какой отрезок вы приняли за единичный?

Геометрия и арифметика — важные части математики. В арифметике мы в основном занимаемся вычислениями, т. е. действиями с числами. Да и само название «*арифметика*» произошло от греческого слова *арифмос*, что в переводе означает *число*. Название «*геометрия*» происходит от двух греческих слов *гео* — земля и *метрео* — измерять и переводится как землемерие. Бумагу в древности еще не изобрели, поэтому чертежи тогда часто выполняли на земле. Вы же будете чертить в тетрадах и на классной доске.

Поверхность классной доски и страницы тетради являются плоскими поверхностями или, как говорят в геометрии, — *плоскостями*. Точнее говоря, они представляют собой только *конечные* части бесконечных плоскостей.

93. 1) Поверхности каких из следующих предметов: пол, потолок, занавеска, лепесток цветка, лист дерева, ручка — можно считать плоскими?
- 2) Приведите свои примеры плоских поверхностей.

В геометрии мы имеем дело с рисунками — чертежами, на которых изображаются геометрические фигуры. С основными геометрическими фигурами вы уже знакомы. Это *точка, отрезок, луч, прямая, угол, треугольник, прямоугольник, многоугольник, окружность*. Все эти фигуры, кроме точки, изображаются с помощью линий. Слово «линия» происходит от латинского слова *linum*, что означает «льняная нить». Латынь — это язык, на котором говорили в Древнем Риме. В средние века на латыни писалось большинство научных трудов. В наше время латинский алфавит используется в большинстве европейских стран. Латинский алфавит приведен на форзаце нашего учебника.

94. На рисунке 9 изображены прямая, отрезок, луч, угол, треугольник, окружность, прямоугольник, четырехугольник, пятиугольник и круг.

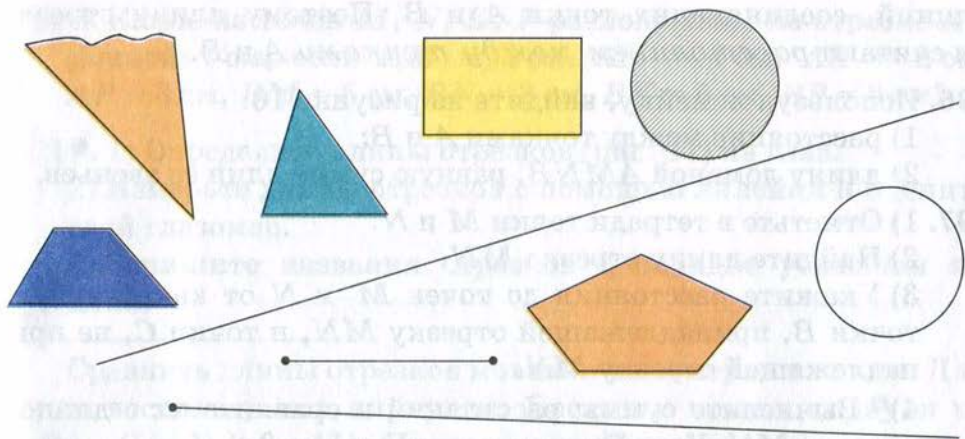


Рис. 9

- 1) Укажите каждую из этих фигур.
- 2) Какие чертежные инструменты вам понадобятся для изображения таких фигур?

- 95●. 1) Начертите отрезок AB . Отметьте точки так, чтобы точка:
- а) K не принадлежала отрезку AB ;
 - б) L принадлежала отрезку AB ;
 - в) N находилась между точками A и L ;
 - г) M находилась на отрезке между точками N и L .
- 2) Сколько отрезков образовалось на отрезке AB ?

Есть бесконечно много линий, которыми можно соединить точки A и B . На рисунке 10 мы изобразили три из них. Линия $AMNB$ называется **ломаной**, она состоит из трех **звеньев** — отрезков AM , MN , NB .

Представим себе, что все три наши линии являются нитями. Тогда и **ломаную** $AMNB$, и **кривую** AB можно распрямить, потянув, например, за конец B .

А вот отрезок AB не растянешь. Значит, он является самой короткой из всех

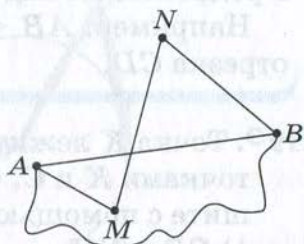


Рис. 10

линий, соединяющих точки A и B . Поэтому длину отрезка и считают *расстоянием между точками A и B* .

96. Используя линейку, найдите на рисунке 10:

- 1) расстояние между точками A и B ;
- 2) длину ломаной $AMNB$, равную сумме длин ее звеньев.

97. 1) Отметьте в тетради точки M и N .

2) Найдите длину отрезка MN .

3) Укажите расстояния до точек M и N от какой-нибудь точки B , принадлежащей отрезку MN , и точки C , не принадлежащей отрезку MN .

4) ● Вычислите суммы расстояний и сравните их с длиной отрезка MN . Какой вывод можно сделать?

98. Запишите цифрами, что:

- 1) длина отрезка AB равна трем сантиметрам;
- 2) длина отрезка FE равна двум метрам и трем сантиметрам;
- 3) сумма длин отрезков CD и KL равна пяти сантиметрам;
- 4) один метр равен ста сантиметрам.

Правило чтения равенств и неравенств с отрезками

В равенстве все, что стоит в левой части, читают в именительном падеже, а все, что стоит в правой части, читают в дательном падеже.

Например, $AB = 7$ см — длина отрезка AB равна семи сантиметрам.

В неравенстве все, что стоит в левой части, читают в именительном падеже, а все, что стоит в правой части, читают в родительном падеже.

Например, $AB < CD$ — длина отрезка AB меньше длины отрезка CD .

99○. Точка K лежит между точками C и B , а точка N — между точками K и C . Сравните длины отрезков и результат запишите с помощью знаков неравенств:

- | | |
|------------------|------------------|
| 1) CB и NK ; | 3) BN и BK ; |
| 2) CN и CK ; | 4) CB и CK . |

100●. Какие из точек M, N, K, P расположены на отрезке AB длиной 7 см, если $AM = 3$ см, $AN = 4$ см, $AK = 2$ см, $AP = 3$ см, $BM = 5$ см, $BN = 3$ см, $BK = 5$ см, $BP = 6$ см?

101●. 1) Определите длины отрезков (рис. 11) на глаз.

2) Измерьте длины отрезков с помощью линейки и оцените свой глазомер.

3) Запишите названия отрезков в порядке убывания их длин.

Сравнить длины отрезков можно и не измеряя их длин. Для этого воспользуемся циркулем. Поставим ножки циркуля на точки C и D (рис. 11). Циркуль как бы запомнил расстояние между этими точками. Теперь поставим одну ножку на точку K . Если без изменения раствора циркуля вторую его ножку можно поставить на точку L , то $CD = KL$. Если раствор циркуля придется увеличить, то второй отрезок длиннее, а если уменьшить, то второй отрезок короче. В нашем случае раствор циркуля придется увеличить, значит, отрезок KL длиннее, чем отрезок CD .

Поставим ножку циркуля с иглой на точку O и ножкой с грифелем проведем линию (рис. 12). Получилась окружность.

Все точки окружности находятся на одинаковом расстоянии от точки O , которую называют **центром окружности**, а само это расстояние, также как и отрезок, соединяющий

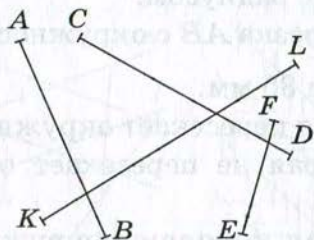


Рис. 11

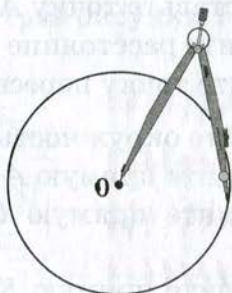


Рис. 12

центр окружности с любой ее точкой, называют **радиусом**. Отрезок, составленный из двух радиусов, — это **диаметр** окружности.

102. 1) Начертите отрезок AB длиной 3 см и с помощью циркуля проведите две окружности, центрами которых являются точки A и B , а радиусы равны 2 см.

2)● Как расположены точки пересечения построенных окружностей по отношению к концам отрезка?

103. 1) Начертите отрезок AB длиной 3 см и с помощью циркуля отметьте все точки, которые удалены от его концов:

а) на 2 см; б) на 25 мм; в) на 3 см; г) на 35 мм.

2)● Выскажите *гипотезу* (предположение) о том, на какой линии расположены точки, равноудаленные от концов отрезка.

104●. Отрезок, соединяющий две точки окружности, называют **хордой**. Докажите, что диаметр — это самая длинная хорда.

105. 1) Постройте окружность с центром O и радиусом OR , равным 3 см. Отметьте точку M внутри образовавшегося круга, а точку N вне круга.

2)● Сравните длины отрезков: OM и OR , ON и OR . Сделайте вывод.

3) Пересечет ли отрезок MN окружность?

106. Постройте окружность с центром в точке O и радиусом 4 см. Поставьте точку A внутри круга, точку B вне круга.

1) Сравните расстояние OA и OB с радиусом.

2) Найдите точку пересечения отрезка AB с окружностью.

107. Постройте окружность радиусом 35 мм.

1) Проведите прямую AB , которая пересекает окружность.

2) Проведите прямую CD , которая не пересекает окружность.

3) Проведите прямую KL , которая *касается* окружности, т. е. имеет с окружностью единственную общую точку.

108. Можно ли из прямоугольного листа фанеры длиной 6 дм и шириной 4 дм вырезать круг радиусом:

- 1) 1 дм; 2) 2 дм; 3) 3 дм?

Существует единственный отрезок с концами в точках A и B . Если бесконечно продолжать этот отрезок по линейке за его концы (рис. 13), то получится прямая AB .

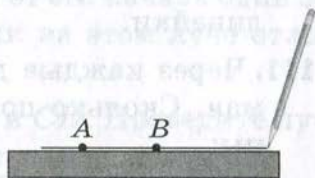


Рис. 13

Значит, через две точки A и B проходит *единственная* прямая AB .

Прямая бесконечна, т. е. неограниченно продолжается в обе стороны, хотя изобразить мы можем только ее часть.

Если на плоскости проведены две прямые, то они либо пересекаются в некоторой точке, либо не имеют ни одной общей точки.

Две прямые, лежащие в плоскости и не имеющие общих точек, называют *параллельными*.

Термин «параллельность», который происходит от греческого слова *параллелой* — идущие рядом, стал использовать великий древнегреческий ученый Пифагор примерно 2500 лет назад.

109. Назовите четыре пары параллельных прямых на рисунке 14.

Определить параллельность прямых на глаз бывает трудно. В этом вы можете убедиться, рассмотрев рисунки 15 и 16.

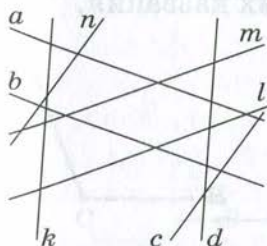


Рис. 14

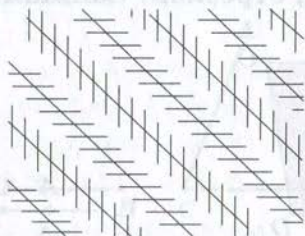


Рис. 15



Рис. 16

110. Посмотрите на рисунок 17. Два из пяти изображенных на нем отрезков лежат на прямой. Как называется эта прямая: AC или BC ? Проверьте свой ответ с помощью линейки.

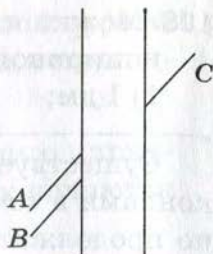


Рис. 17

111. Через каждые две точки проводится прямая. Сколько получится прямых, если даны:

- 1) 3 точки, не лежащие на одной прямой;
- 2) 4 точки, никакие три из которых не лежат на одной прямой?

Сделайте рисунок к каждому случаю.

Отрезки, лежащие на параллельных прямых, называют *параллельными отрезками*. Каждый раз, глядя на прямоугольник, мы видим две пары параллельных отрезков. На рисунке 18 изображен четырехугольник $ABCD$, противоположные стороны которого параллельны.

Четырехугольник, противоположные стороны которого попарно параллельны, называют параллелограммом.

Поставим на прямой AB точку C между точками A и B (рис. 19). Точка C разбила прямую AB на два луча CA и CB с общим *началом* в точке C . Начало луча в его названии всегда указывается на первом месте.

112. Проведите луч AB и отметьте на нем точки C и D . Сколько образовалось: лучей; отрезков? Запишите их названия.

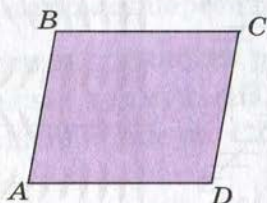


Рис. 18

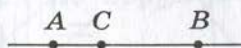


Рис. 19

113. Постройте луч MN . Проведите прямую AB , которая пересекает луч MN , и отрезок DE , который не пересекает луч MN . Пересекаются ли прямая AB и отрезок DE ?
114. Постройте луч AK и отложите на нем от его начала один за другим три отрезка по 2 см. Можно ли на этом луче отложить 100 таких отрезков?
115. Постройте пересекающиеся лучи AB и CD . Проведите луч KL , который пересекает луч AB и не пересекает луч CD .
- 116●. На прямой отложите отрезки $AB = 5$ см и $BC = 7$ см. Найдите длину отрезка AC . От чего будет зависеть ответ?

Лучи CA и CB с общим началом в точке C (рис. 20) образуют **угол** ACB . Точка C называется **вершиной угла** (она указывается в середине), а лучи CA и CB — **сторонами угла**.

Вместо слова угол в геометрии используют специальное обозначение « $\angle$ ». Так, на рисунке 20 изображен $\angle ACB$.

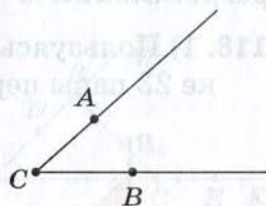


Рис. 20

117. 1) Начертите прямую CD , которая пересекает прямую AB в точке O .
 2) Сколько получилось: а) лучей; б) углов? Назовите их.
 3)● Можно ли угол AOB назвать: а) углом BOA ; б) углом OAB ; в) углом OBA ?

Поворачиваясь вокруг точки C , луч CA образует с лучом CB разные углы (рис. 21). С названиями некоторых из них вы уже

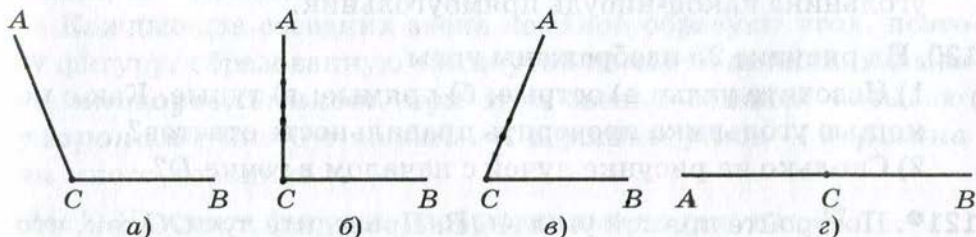


Рис. 21

встречались. На рисунке 21, а, б, в вы видите *тупой*, *прямой* и *острый* углы. На рисунке 21, г угол ACB — *развернутый*. Он образован лучами CA и CB , дополняющими друг друга до прямой. Такие лучи называются *дополнительными*.

Прямой угол легко построить с помощью *угольника* (рис. 22).

Прямые, пересекающиеся под прямым углом, называют перпендикулярными.

Термин «перпендикуляр» происходит от латинского слова *perpendicularis* — отвесный.

118. 1) Пользуясь чертежным угольником, найдите на рисунке 23 пары перпендикулярных и параллельных прямых.

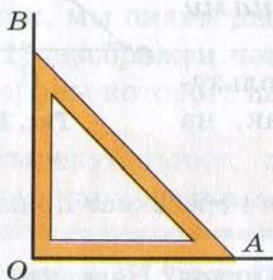


Рис. 22

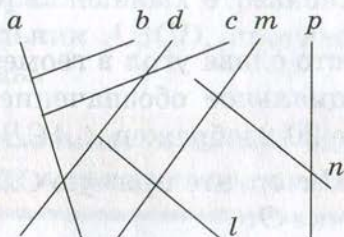


Рис. 23

2) Рассмотрите рисунок 24. Объясните, как построить:

а) перпендикулярные прямые; б) параллельные прямые.

119. Постройте на нелинованном листе бумаги с помощью угольника какой-нибудь прямоугольник.

120. На рисунке 25 изображены углы.

1) Назовите углы: а) острые; б) прямые; в) тупые. Как с помощью угольника проверить правильность ответов?

2) Сколько на рисунке лучей с началом в точке D ?

121●. Постройте прямой угол AOB . Проведите луч OC так, чтобы угол BOC был острым, а угол AOC был тупым.

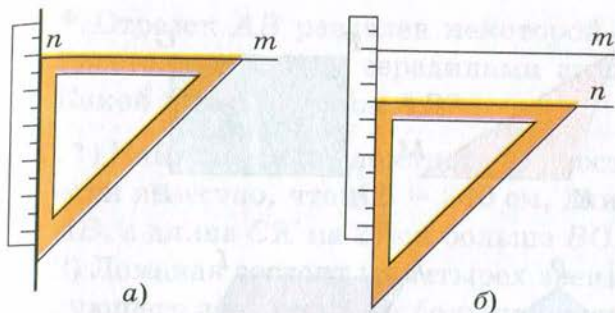


Рис. 24

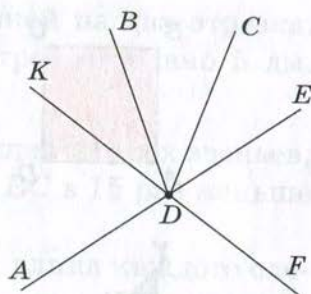


Рис. 25

122. Проведите через одну точку три прямые. Сколько при этом образовалось углов?

123. Рассмотрите рисунок 26. Заполните многоточия так, чтобы получились верные утверждения.

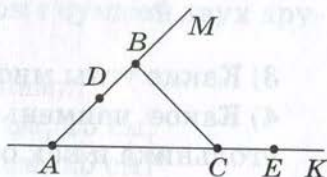


Рис. 26

- 1) Точка ... лежит между точками ... и
- 2) Точка ... не лежит между точками ... и
- 3) Точка ... принадлежит лучу
- 4) Точка ... не принадлежит отрезку
- 5) Отрезки ... и ... пересекаются в точке
- 6) Лучи ... и ... пересекаются в точке
- 7) Угол ... прямой, угол ... острый, угол ... тупой.
- 8) Лучи ... и ... образуют угол

В геометрии часто рассматриваются *замкнутые* ломаные линии, т. е. ломаные, начало и конец которых совпадают.

Каждые два соседних звена ломаной образуют угол, поэтому фигуру, образованную замкнутой ломаной линией, называют **многоугольником**, при этом звенья ломаной называют **сторонами** многоугольника. А вершины углов — **вершинами** многоугольника.

124. 1) Назовите фигуры, изображенные на рисунке 27.

2) Назовите вершины и стороны многоугольников.

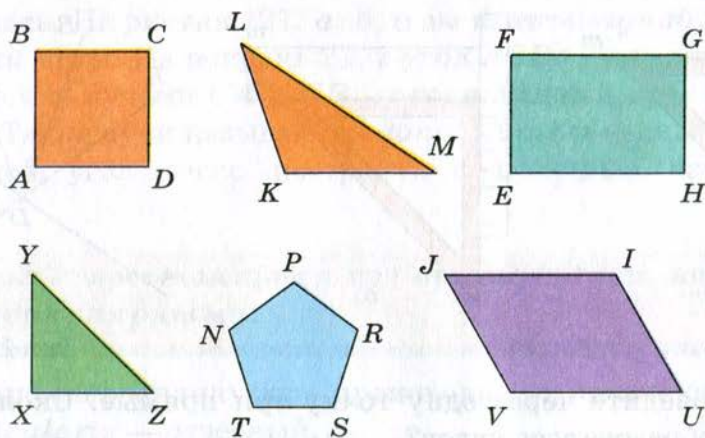
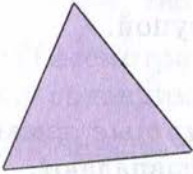
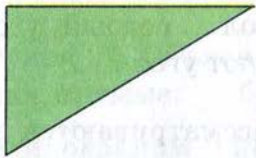
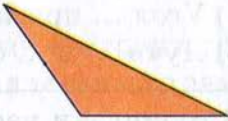


Рис. 27

- 3) Какие углы многоугольников острые, тупые и прямые?
- 4) Какое наименьшее число сторон может быть у многоугольника и как он при этом называется?
- 5) Назовите параллельные и перпендикулярные стороны в многоугольниках, если такие в них имеются.

125●. 1) Как вы думаете, почему данные треугольники так называются?

		
Остроугольный	Прямоугольный	Тупоугольный

2) Можно ли определить вид треугольника, зная, что у него есть: а) тупой угол; б) прямой угол; в) острый угол.

Если вид треугольника определить нельзя, укажите, что еще нужно о нем знать.

- 126●. Отрезок AB разделен некоторой точкой на два отрезка. Расстояние между серединами этих отрезков равно 5 дм. Какой длины отрезок AB ?
127. 1) Найдите длину ломаной AK , состоящей из трех звеньев, если известно, что $AB = 240$ см, длина BC в 15 раз меньше AB , а длина CK на 27 см больше BC .
 2) Ломаная состоит из четырех звеньев, длина каждого следующего звена на 6 см больше предыдущего. Найдите длину каждого звена ломаной, если известно, что длина ломаной равна 96 см.
- 128●. 1) Постройте произвольный треугольник. Измерьте его стороны. Сравните каждую из его сторон с суммой двух других. Сделайте вывод.
 2) Существует ли треугольник со сторонами:
 а) 10 см, 10 см, 10 см; в) 13 см, 14 см, 15 см;
 б) 15 см, 15 см, 20 см; г) 10 см, 14 см, 25 см?
 3) Если треугольник существует, дайте ему название.
 4) Как рациональнее проверить, существует ли треугольник с данными сторонами?

Правило треугольника

Любая сторона треугольника меньше суммы двух других его сторон.

129. 1) Найдите *периметр* (сумму длин сторон) прямоугольника, если известно, что его длина равна 118 см, а ширина в 2 раза меньше.
 2) Найдите сторону квадрата с периметром, равным 92 см.
130. Боксерский ринг (рис. 28) имеет форму квадрата со стороной 6 м. Ринг огорожен тройным канатом. Сколько метров каната требуется для ограждения ринга?

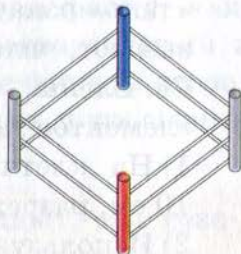


Рис. 28

Задачи на смекалку

131. Планировка прямоугольных участков садового кооператива показана на рисунке 29. У хозяина каждого участка можно узнать периметр его участка. Какое наименьшее число хозяев надо опросить, чтобы узнать внешний периметр всего садового кооператива?
132. Разделите двумя прямыми на шесть частей фигуру, изображенную на рисунке 30.

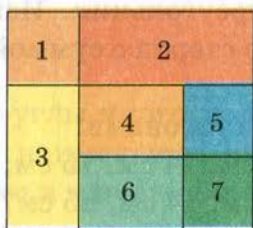


Рис. 29



Рис. 30

133. Начертите 3 прямые и отметьте на каждой из них по 2 точки. Как это можно сделать, если в итоге должны быть отмечены 4 точки?
134. Игра «Танграм» — китайская головоломка. Название «танграм» возникло в Европе и вероятнее всего переводится как «китайские буквы», так как в переводе с греческого «тань» означает «китаец», а «грамма» — «буква». Рассказывают, что Наполеон, находясь в изгнании на острове Св. Елены, часами занимался составлением картинок из элементов танграма.
- 1) На клетчатой бумаге начертите квадрат со стороной 10 см, разрежьте его, как показано на рисунке 31.
- 2) Используя все 7 частей, сложите человечков с рисунка 32:
- а) «Чаепитие»; б) «Фехтовальщики».

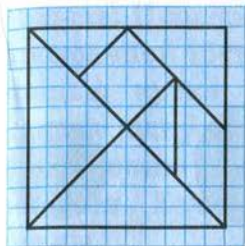


Рис. 31

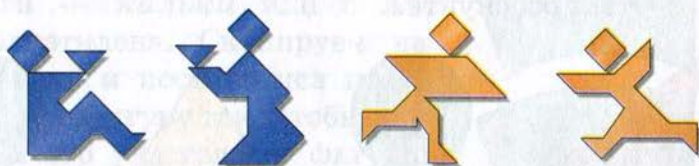


Рис. 32

- 3) Сложите из фигур треугольники больших размеров.
- 4) Можно ли составить квадрат из двух или трех фигур?
- 5) Из каких фигур можно составить прямоугольник?

Контрольные вопросы и задания

1. Начертите отрезок AB . Постройте точку D , принадлежащую отрезку AB . Постройте точку E , принадлежащую отрезку AB , но не принадлежащую лучу BD .
2. Начертите окружность с центром в точке O и радиусом OR , равным 3 см. Проведите хорды RA и RB , равные радиусу. Дайте название треугольнику ABR .
3. Постройте четырехугольник, в котором есть прямой, тупой и острый углы.

5

Равенство фигур

Геометрические фигуры могут иметь разную форму, как, например, треугольник и окружность, или остроугольный и тупоугольный треугольники (рис. 33). Если же фигуры имеют одну и ту же форму, они могут отличаться друг от друга своими размерами.

Когда и форма, и размеры фигур совпадают, мы говорим, что фигуры равны.

135. Назовите равные фигуры на рисунке 33.

Ответ обоснуйте.

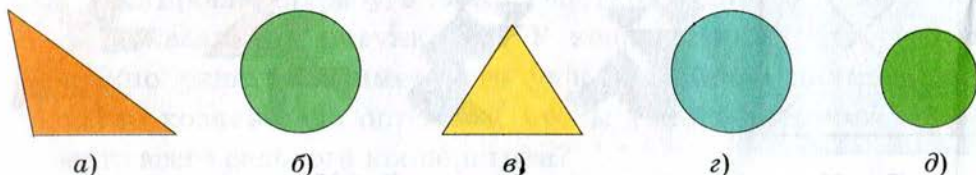


Рис. 33

Чтобы сделать вывод о том, что треугольник не равен окружности, достаточно одного взгляда на эти две фигуры. Но полагаться только на зрение можно далеко не всегда. Посмотрите на центральные круги на рисунке 34. Трудно поверить, но эти круги равны.

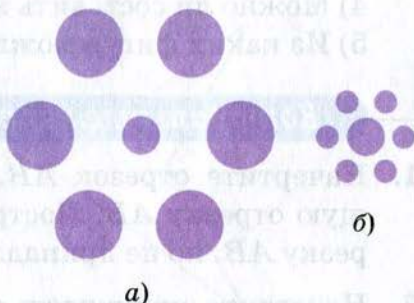


Рис. 34

136. Сравните длины отрезков:

- 1) на рисунке 35;
- 2) на рисунке 36;
- 3) на рисунке 37.

Проверьте свой ответ с помощью линейки или циркуля.

Ответить на вопрос о равенстве отрезков можно, измерив их длины или применив циркуль. Сложнее обстоит дело с произвольными фигурами (рис. 38). Похоже, что нижняя фигура

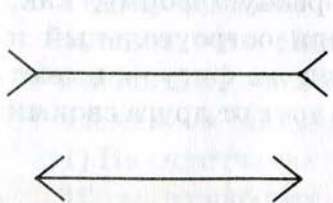


Рис. 35

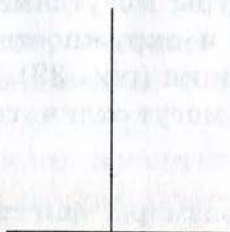


Рис. 36

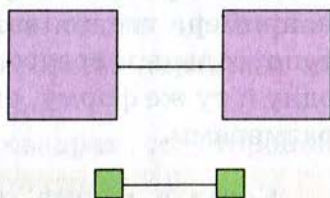


Рис. 37

больше. Проверить это можно с помощью прозрачной бумаги — *кальки* или с помощью куска полиэтилена. Скопируем на кальку одну из фигур и постараемся наложить копию на вторую фигуру так, чтобы они совпали. Если нам это удастся, то фигуры равны.



Рис. 38

Фигуры, которые можно наложить одну на другую так, чтобы они полностью совпали, называют равными.

137. Используя кальку, прозрачный целлофан или полиэтилен, найдите на рисунке 39 равные фигуры.

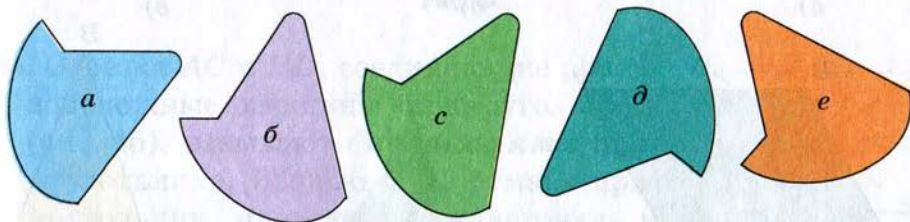


Рис. 39

138. Найдите равные фигуры на рисунке 40. Ответ обоснуйте.

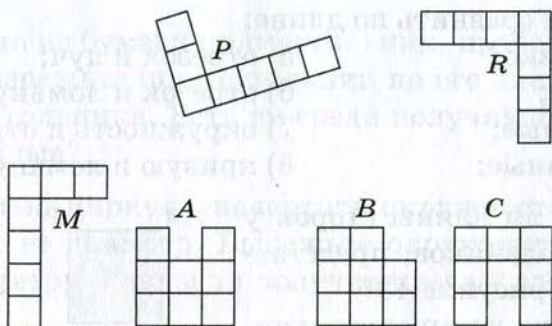


Рис. 40

139. 1) Как найти равные отрезки на рисунке 41?

2) Запишите и прочитайте равенства отрезков.



Рис. 41

140. Какие многоугольники, изображенные на рисунке 42:

1) имеют равные стороны;

2) имеют все стороны равные, и как они называются?

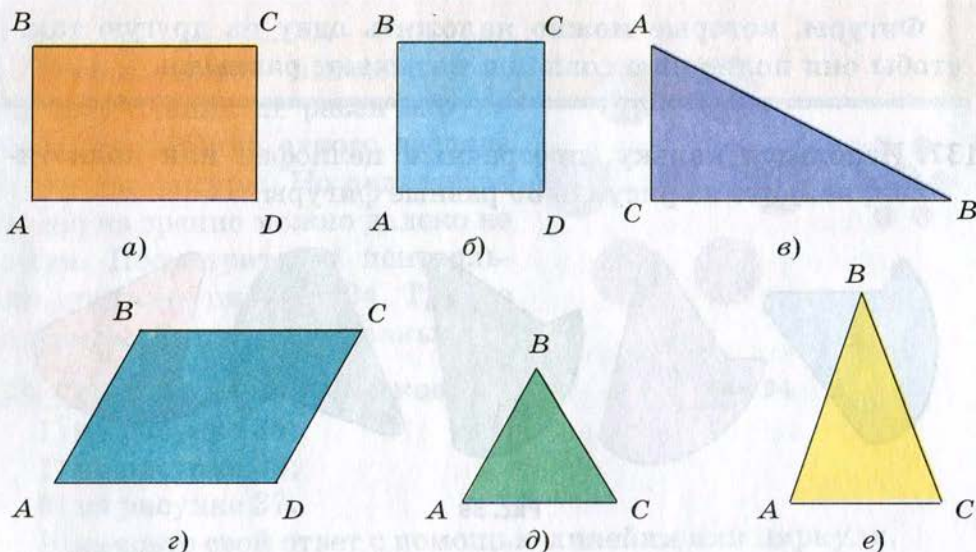


Рис. 42

141. Можно ли сравнить по длине:

- 1) два отрезка;
- 2) два луча;
- 3) две прямые;
- 4) две ломаные;
- 5) отрезок и луч;
- 6) отрезок и ломаную;
- 7) окружность и отрезок;
- 8) кривую и ломаную?

142. 1) Равны ли длины сторон у четырехугольников, представленных на рисунке 43?

2) Равны ли четырехугольники?

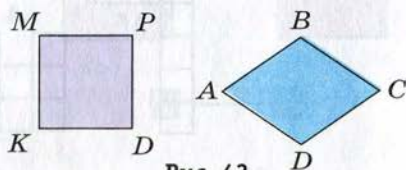


Рис. 43

143. 1) Равны ли черный и белый квадраты на рисунке 44, а?
- 2) На рисунке 44, б изображен знаменитый китайский знак «инь-янь», символизирующий единство и борьбу противоположностей. Равны ли части круга, окрашенные в разные цвета?



а)

б)

Рис. 44

144. Отрезки AC и BD , соединяющие противоположные вершины прямоугольника (рис. 45), называют **диагоналями** прямоугольника. Вырежьте из бумаги прямоугольник, проведите его диагональ и разрежьте прямоугольник по диагонали. Равны ли получившиеся у вас прямоугольные треугольники? Сравните свои треугольники с треугольниками соседа по парте.

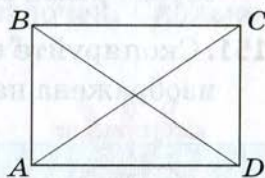


Рис. 45

145. Вырежьте из бумаги прямоугольник, проведите его диагонали и разрежьте прямоугольник по его диагоналям на четыре треугольника. Есть ли среди получившихся треугольников равные?
146. С помощью циркуля начертите окружность. По линейке проведите ее диаметр. Вырежьте окружность и разрежьте ее по диаметру. Равны ли получившиеся у вас фигуры?
147. С помощью циркуля начертите окружность. По линейке проведите два каких-нибудь ее диаметра. Вырежьте окруж-

ность и разрежьте ее по диаметрам. Есть ли среди получившихся у вас четырех **секторов** равные?

148●. Закончите предложения.

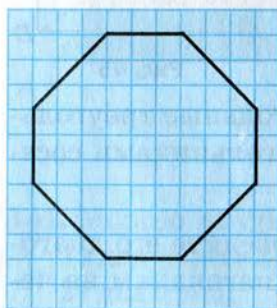
- 1) Отрезки равны, если равны их
- 2) Окружности равны, если равны их
- 3) Квадраты равны, если равны их
- 4) Фигуры равны, если

149. 1) Начертите прямоугольник $ABCD$. Запишите равные элементы у прямоугольника.

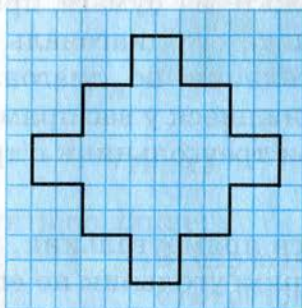
2) Начертите квадрат. Запишите равные элементы этого квадрата.

150. Постройте прямоугольник, у которого длина равна 6 см, а ширина в 3 раза меньше. Постройте квадрат, периметр которого равен периметру прямоугольника.

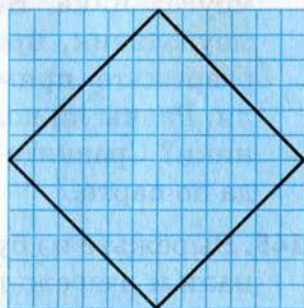
151. Скопируйте в свои тетради по клеточкам фигуру, которая изображена на рисунке 46.



а)



б)



в)

Рис. 46

152. Практическая работа.

- 1) С помощью перегибания получите из прямоугольного листа бумаги квадрат. С помощью перегибаний квадрата найдите точку пересечения его диагоналей.

- а) Сравните диагонали квадрата.
 - б) Чему равен угол между диагоналями квадрата?
 - в) На какие фигуры делит диагональ квадрат?
- 2) С помощью перегибаний листа бумаги, на котором изображена окружность, найдите центр окружности.

Задачи на смекалку

153. Укажите «лишнюю» фигуру на рисунке 47.

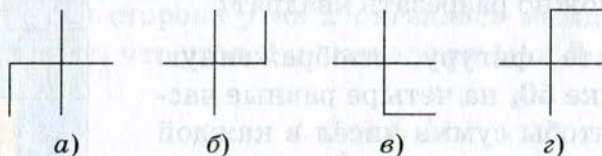


Рис. 47

154. Из палочек собрали 4 конструкции (рис. 48). Некоторые из них можно поднять, взяв за любую из палочек. Сколько таких конструкций изображено на рисунке?

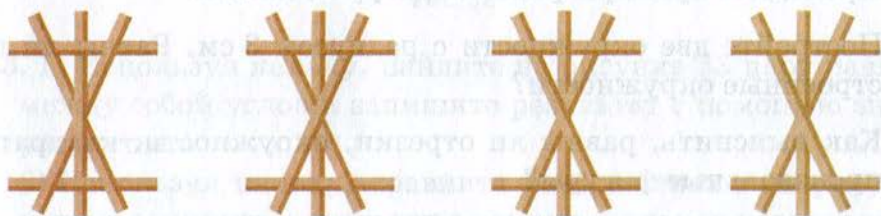


Рис. 48

155. Задачи со спичками.

1) Расположите 12 спичек так, чтобы получилось:

- а) пять квадратов;
- б) шесть квадратов.

2) Из спичек сложена фигура, изображенная на рисунке 49.

а) Сколько изображено треугольников? Сколько изображено равных треугольников?

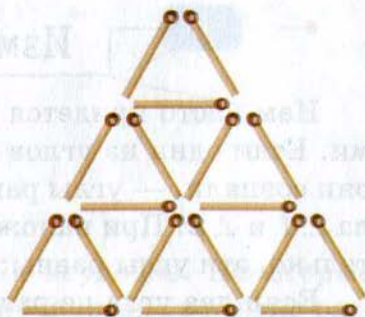


Рис. 49

б) Уберите пять спичек таким образом, чтобы осталось пять треугольников.

в) Переложите шесть спичек так, чтобы получилась фигура, состоящая из шести равных четырехугольников.

156. Задача на разрезание.

Квадрат содержит 16 клеток. Разрежьте квадрат по сторонам клеток на две равные части. Сколькими способами можно разрезать квадрат?

157. Разделите фигуру, изображенную на рисунке 50, на четыре равные части так, чтобы сумма чисел в каждой части была равна одному и тому же числу.

3	8		
14	9		
8	11	5	6
14	3	10	9

Рис. 50

Контрольные вопросы и задания

1. Приведите примеры равных фигур из жизни.
2. Постройте две окружности с радиусом 3 см. Равны ли построенные окружности?
3. Как выяснить, равны ли отрезки, окружности, квадраты, произвольные фигуры?

6

Измерение углов

Нам часто придется иметь дело сразу с несколькими углами. Если один из углов можно наложить на другой так, чтобы они совпали, — углы равны. На рисунке 51 изображены два угла $\angle 1$ и $\angle 2$. При наложении угол 1 совпал с углом 2, следовательно, эти углы равны: $\angle 1 = \angle 2$.

Если два угла не равны друг другу, то один из них больше, а другой соответственно меньше.

$$\angle 1 = \angle 2$$

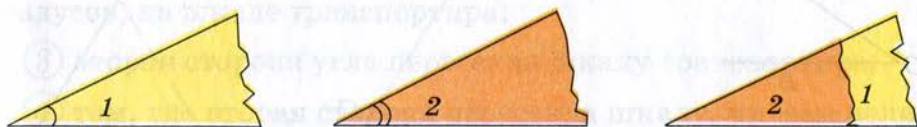


Рис. 51

На рисунке 52 при наложении угла 2 на угол 1 одна сторона совпала, а другая сторона угла 2 оказалась между сторонами угла 1. Это значит, что угол 2 меньше угла 1: $\angle 2 < \angle 1$.

$$\angle 2 < \angle 1$$

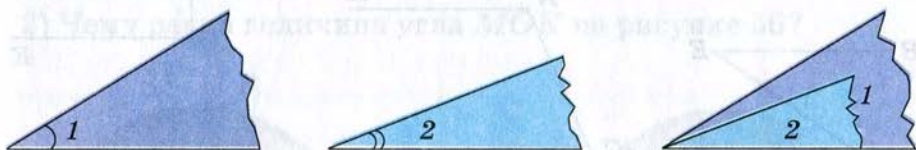


Рис. 52

158. 1) Используя кальку, найдите на рисунке 53 пару равных между собой углов и запишите результат с помощью знака равенства.

2) Используя кальку, сравните изображенные на рисунке углы и запишите результат с помощью знаков неравенств.

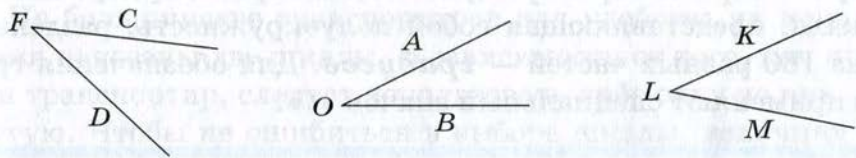


Рис. 53

Сравнивать углы с помощью кальки неудобно. Некоторые углы можно сравнить на глаз — тупой, прямой, острый, развернутый.

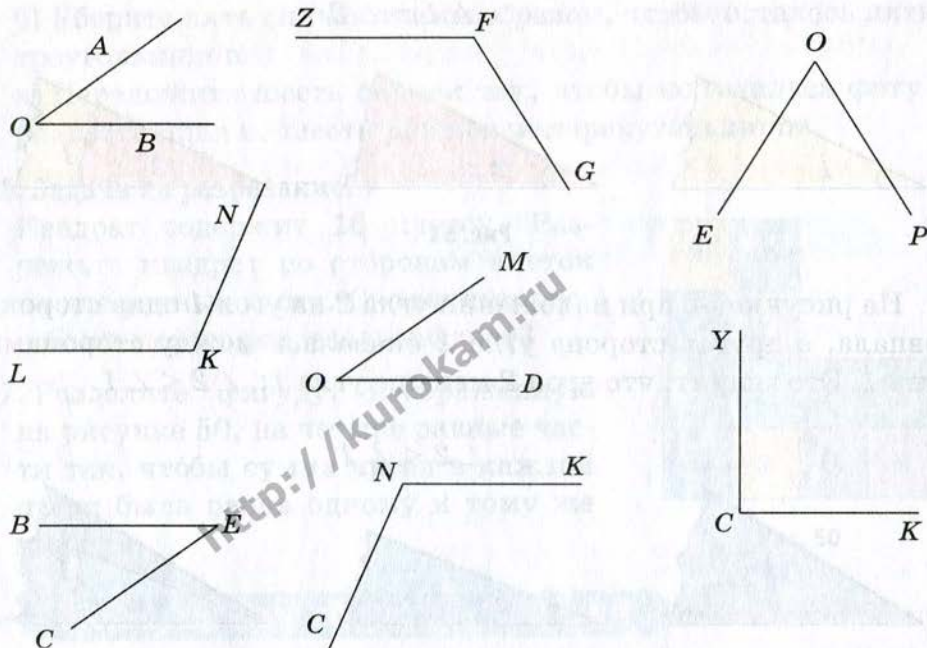


Рис. 54

159. 1) Назовите прямой, острый, тупой и развернутый углы на рисунке 54.

Другой способ сравнения углов связан с измерением величин этих углов. Измеряются углы с помощью специального прибора — **транспортира** (рис. 55). На транспортире имеется шкала, представляющая собой полуокружность, разделенную на 180 равных частей — **градусов**. Для обозначения градусов применяют специальный значок «°».

Измерение угла транспортиром

Чтобы измерить величину угла AOB , приложим к углу транспортир так, чтобы:

① специальная центральная отметка на транспортире совпала с его вершиной O ;

② одна из сторон угла прошла через отметку 0 (нуль градусов) на шкале транспортира;

③ вторая сторона угла пересекла шкалу транспортира;

④ там, где вторая сторона пересекла шкалу, читаем величину угла.

Запись $\angle AOB = 110^\circ$ читается: «угол AOB равен ста десяти градусам».

160. 1) Чем отличаются транспортиры на рисунках 55 и 56? Посмотрите на свой транспортир. У вашего транспортира одна или две шкалы?

2) Чему равна величина угла $МОК$ на рисунке 56?

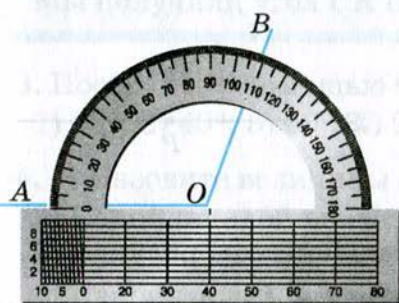


Рис. 55

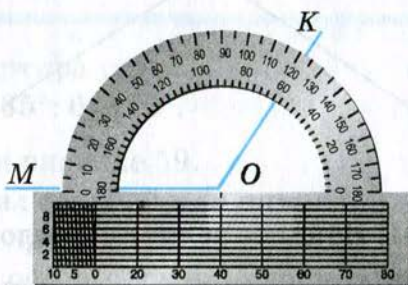


Рис. 56

На большинстве транспортиров для удобства их использования нанесены две шкалы. В зависимости от того, как приложен транспортир, следует использовать либо одну из них, либо другую. Чтобы не ошибиться в выборе шкалы, величину угла предварительно оценивают на глаз, а затем свою оценку уточняют с помощью транспортира.

Достаточно, конечно, определить на глаз, каким углом, тупым или острым является измеряемый угол. Тем не менее, полезно попрактиковаться в оценке так, чтобы ошибаться не более, чем на 10° .

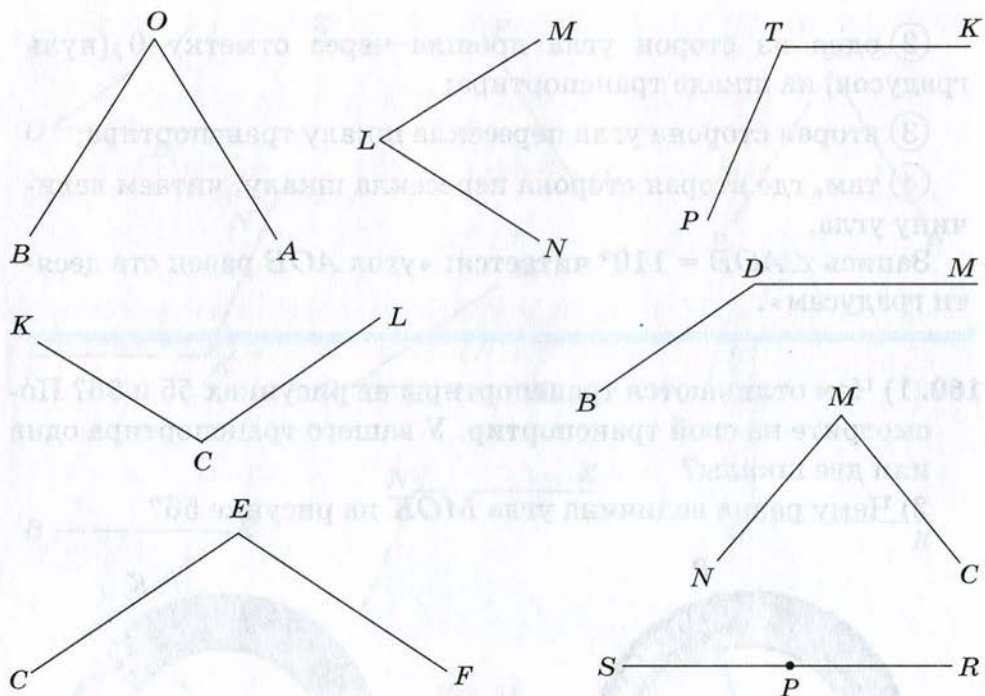


Рис. 57

161. Найдите величины углов, изображенных на рисунке 57.

162. Чему равен угол между минутной и часовой стрелками на часах, когда они показывают:

- 1) 1 ч; 2) 2 ч; 3) 3 ч; 4) 6 ч; 5) 9 ч 30 мин?

С помощью транспортира можно не только измерять, но и строить углы.

Правило построения угла с помощью транспортира

Построим, например, угол, равный 50° .

① Проведем луч KC .

② Приложим транспортир так, чтобы его центральная отметка совпала с точкой K , а сам луч KC прошел через 0 на шкале транспортира.

③ Отметим точку D там, где на соответствующей шкале транспортира указано число 50 (рис. 58).

④ С помощью линейки проведем луч KD .

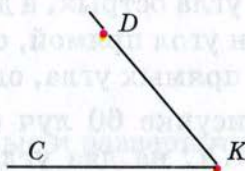
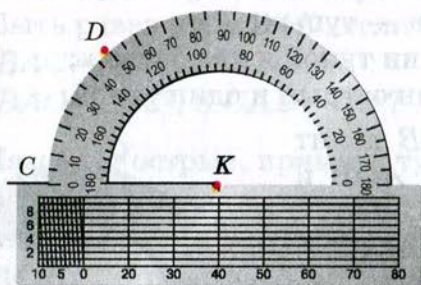


Рис. 58

Мы получили угол CKD , равный 50° .

163. Постройте с помощью транспортира углы:

1) 30° ; 2) 40° ; 3) 60° ; 4) 90° ; 5) 135° ; 6) 170° .

164. 1) Назовите величины углов на рисунке 59.

2) Какой шкалой вы пользуетесь: верхней или нижней?

3) Сколько градусов составляет прямой угол?

4) Какой может быть величина острого угла. Сравните градусные меры острого и прямого углов.

5) Какой может быть величина тупого угла. Сравните градусные меры тупого и прямого углов.

6) Чему равен развернутый угол?

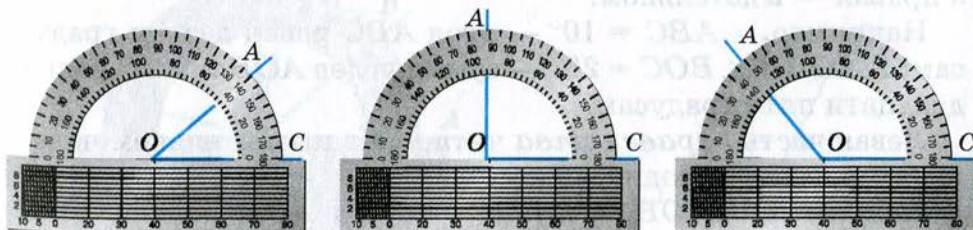


Рис. 59

Прямой угол равен 90° , развернутый угол равен 180° .
Острый угол меньше 90° , тупой угол больше 90° .

165. Постройте четырехугольник $ABCD$, у которого:

- 1) два угла острых, а два — тупых;
- 2) один угол прямой, один тупой и два острых;
- 3) два прямых угла, один острый и один тупой.

166. На рисунке 60 луч OB делит угол AOC на два угла: AOB и BOC .

- 1) Измерьте $\angle AOB$ и $\angle AOC$.
- 2) Найдите $\angle BOC$.

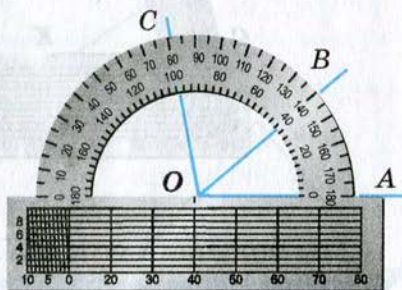


Рис. 60

Вывод. Если провести луч из вершины угла так, чтобы он прошел между его сторонами, то углы, на которые этот луч разделит угол, в сумме дадут величину самого угла.

$$\angle AOC = \angle AOB + \angle BOC.$$

Из этого равенства легко выразить, например, угол BOC :

$$\angle BOC = \angle AOC - \angle AOB.$$

Говорят, что угол AOC равен сумме углов AOB и BOC , а угол BOC равен разности углов AOC и AOB .

Правило записи и чтения равенств и неравенств с величинами углов

Левая часть *равенства* читается в именительном падеже, а правая — в дательном.

Например, $\angle ABC = 10^\circ$ — угол ABC равен десяти градусам; $\angle AOB + \angle BOC = 25^\circ$ — сумма углов AOB и BOC равна двадцати пяти градусам.

Левая часть *неравенства* читается в именительном падеже, а правая — в родительном.

Например, $\angle AOB > \angle BOC$ — угол AOB больше угла BOC ; $\angle C > 80^\circ$ — угол C больше восьмидесяти градусов.

167. Прочитайте записи:

1) $\angle ABC = 30^\circ$;

3) $\angle A - \angle C = 65^\circ$;

2) $\angle 1 + \angle 2 = 90^\circ$;

4) $\angle 3 > \angle 4$.

168. На плоскости проведены три луча AB , AC , AD . Чему может быть равен угол BAD , если:

1) $\angle BAC = 56^\circ$, $\angle CAD = 38^\circ$;

2) $\angle BAC = 112^\circ$, $\angle CAD = 75^\circ$?

169. 1) Назовите острые, прямые, тупые и развернутые углы на рисунке 61.

2) Найдите величины углов:

а) $\angle AOB$; г) $\angle BOC$; ж) $\angle COE$;

б) $\angle AOC$; д) $\angle COD$; з) $\angle BOE$;

в) $\angle AOE$; е) $\angle DOE$; и) $\angle BOD$.

3) Как вы находили величины углов в каждом столбце?

170. Постройте развернутый угол AOC . Из вершины O проведите луч OC . Сколько получилось углов?

Луч, проведенный из вершины развернутого угла (рис. 62), делит его на два угла, которые имеют одну общую сторону, а другие их стороны дополняют друг друга до прямой.

Два угла, у которых одна сторона общая, а две другие являются дополнительными лучами, называют *смежными*.

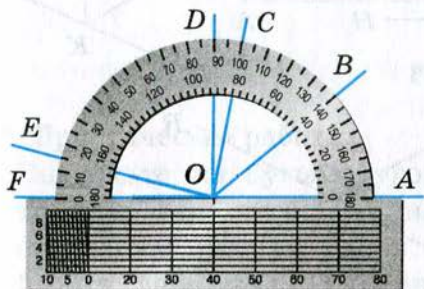


Рис. 61

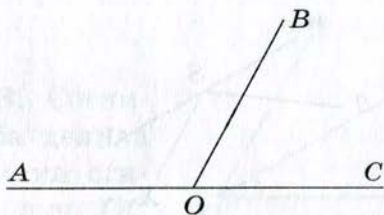


Рис. 62

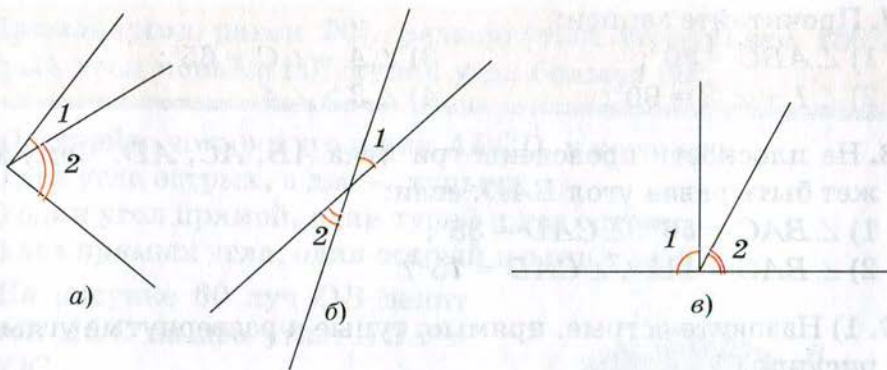


Рис. 63

171. Объясните, почему углы 1 и 2 не являются смежными (рис. 63).

172. 1) Запишите пары смежных углов на рисунке 64.

2) Чему равна сумма смежных углов?

173. Найдите второй смежный угол, если первый равен:

1) 90° ; 2) 120° ; 3) 37° ; 4) 145° .

174. Найдите смежные углы, если известно, что:

1) первый угол в 2 раза больше второго;

2) второй угол на 30° больше первого.

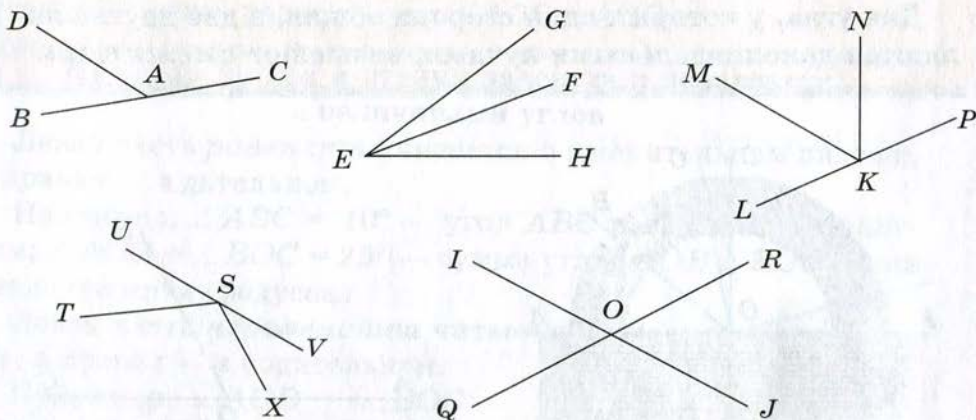


Рис. 64

Равные углы на рисунках обычно отмечают одинаковым количеством дужек, соединяющих их стороны. Рядом с дужками указывают величину угла. А для прямого угла используют специальное обозначение, которое вы видите на рисунке 65.

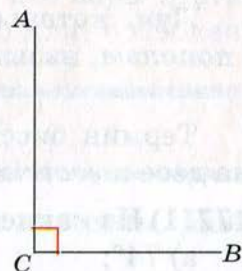


Рис. 65

175. Прямые углы можно определить на глаз.

Не пользуясь транспортиром, найдите величины углов на рисунке 66, обозначенные знаком «?».

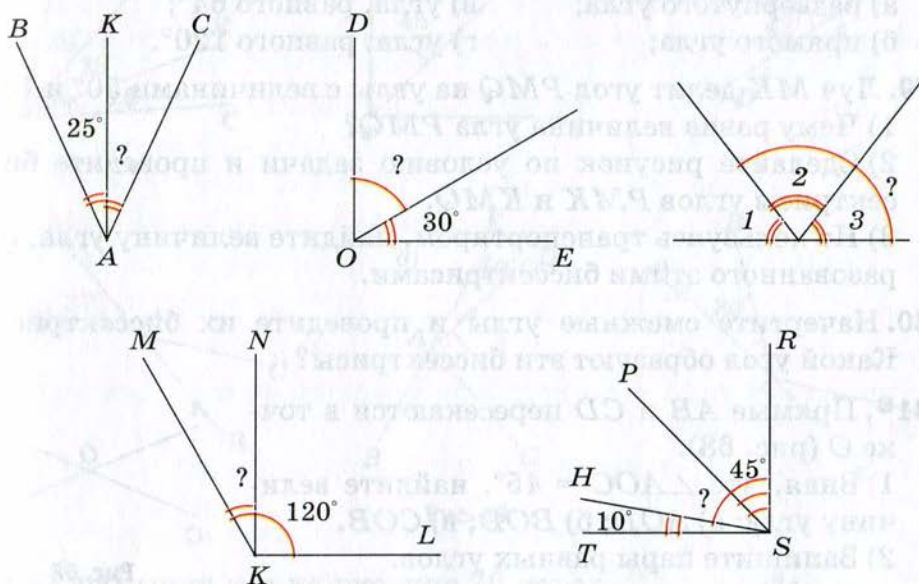


Рис. 66

176. Практическая работа.

Вырежьте из бумаги угол AOB . Согните угол так, чтобы линия сгиба делила его на две равные части. По линии сгиба из вершины O проведите луч OC (рис. 67).

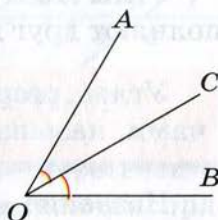


Рис. 67

Луч, который выходит из вершины угла и делит угол пополам, называют **биссектрисой** угла.

Термин биссектриса происходит от латинских слов *bis* — на двое и *sectrix* — секущая.

177. 1) На какие углы делит биссектриса угол, равный:
а) 74° ; б) 112° ; в) 56° ?
2) На какие углы делит развернутый угол его биссектриса?
3) На какие углы делит прямой угол его биссектриса?
178. 1) С помощью транспортира постройте биссектрисы:
а) развернутого угла; в) угла, равного 64° ;
б) прямого угла; г) угла, равного 120° .
179. Луч MK делит угол PMQ на углы с величинами 50° и 70° .
1) Чему равна величина угла PMQ ?
2) Сделайте рисунок по условию задачи и проведите биссектрисы углов PMK и KMQ .
3) Не пользуясь транспортиром, найдите величину угла, образованного этими биссектрисами.

180. Начертите смежные углы и проведите их биссектрисы. Какой угол образуют эти биссектрисы?

181. Прямые AB и CD пересекаются в точке O (рис. 68).

- 1) Зная, что $\angle AOC = 45^\circ$, найдите величину угла: а) AOD ; б) BOD ; в) COB .
2) Запишите пары равных углов.

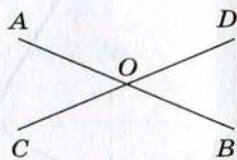


Рис. 68

Углы AOD и BOC имеют общую вершину, а их стороны дополняют друг друга до прямой.

Углы, стороны которых являются дополнительными лучами, называют **вертикальными**.

Название «вертикальные» происходит от латинского слова *verticalis* — вершинные.

При пересечении двух прямых образуются две пары вертикальных углов. Задача № 180, которую вы решили, позволяет сделать важный вывод.

Вертикальные углы равны.

182. На рисунке 69 величины некоторых углов известны. Найдите величину угла BAC .

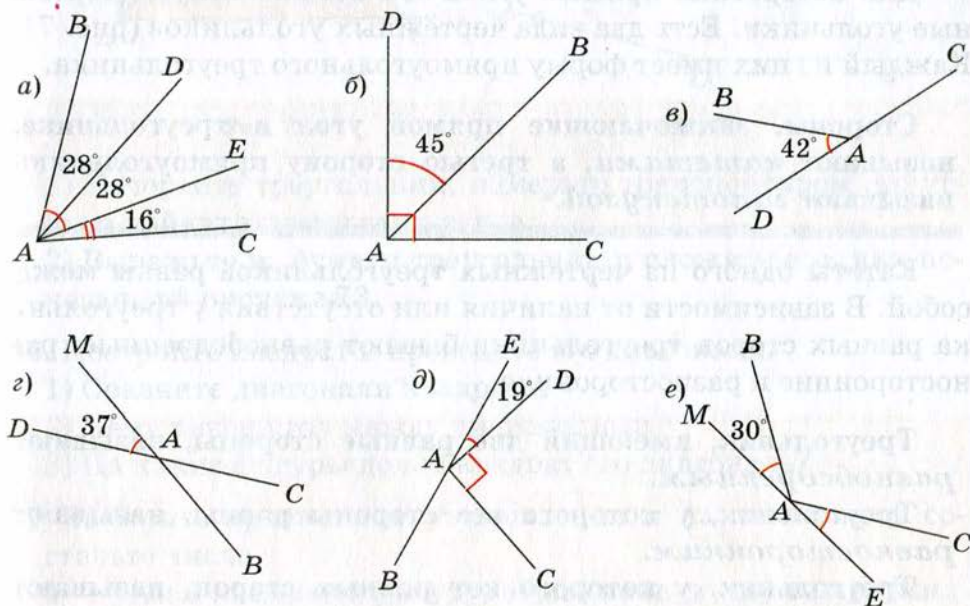


Рис. 69

183. Прямые m и n на рисунке 70 параллельны. Найдите величины всех пронумерованных углов, если:

- 1) $\angle 1 = 57^\circ$; 3) $\angle 6 = 125^\circ$;
- 2) $\angle 2 = 113^\circ$; 4) $\angle 7 = 39^\circ$.

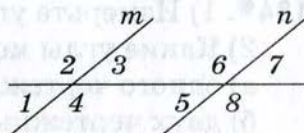


Рис. 70

В геометрии часто встречаются прямые, при пересечении которых все четыре образовавшихся угла оказываются прямыми.

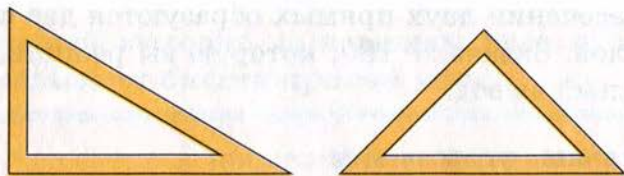


Рис. 71

Такие прямые называют **взаимно перпендикулярными**.

Для построения прямых углов обычно используют чертежные угольники. Есть два вида чертежных угольников (рис. 71). Каждый из них имеет форму прямоугольного треугольника.

Стороны, заключающие прямой угол в треугольнике, называют **катетами**, а третью сторону прямоугольника называют **гипотенузой**.

Катеты одного из чертежных треугольников равны между собой. В зависимости от наличия или отсутствия у треугольника равных сторон треугольники бывают равнобедренные, равносторонние и разносторонние.

Треугольник, имеющий две равные стороны, называют **равнобедренным**.

Треугольник, у которого все стороны равны, называют **равносторонним**.

Треугольник, у которого нет равных сторон, называют **разносторонним**.

184●. 1) Измерьте углы у чертежных угольников.

2) Какие углы можно построить с помощью:

- а) одного чертежного угольника;
- б) двух чертежных угольников разной формы?

3) Чему равен угол ABC на рисунке 72?

4) Найдите сумму углов в каждом чертежном угольнике.

185●. **Практическая работа.**

Какие предположения о сумме углов можно высказать, проделав следующие практические задания?

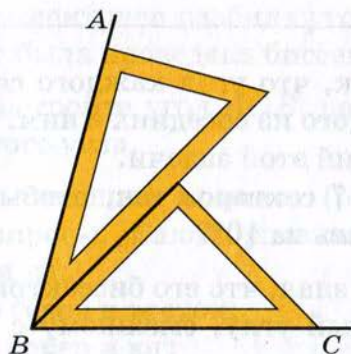


Рис. 72

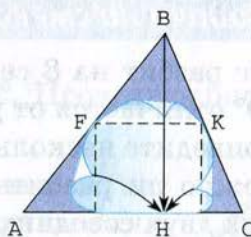


Рис. 73

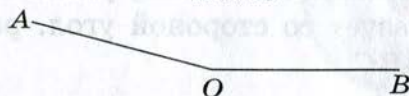


Рис. 74

1) Начертите треугольник, измерьте транспортиром его углы и найдите сумму этих углов.

2) Вырежьте из бумаги треугольник и сложите его, как показано на рисунке 73.

186. Постройте квадрат и проведите его диагонали.

1) Сравните диагонали квадрата.

2) Чему равен угол между диагоналями?

3) На какие фигуры делит квадрат его диагональ?

187. Выберите правильные утверждения и из их номеров составьте число.

1 — углом называют фигуру, образованную двумя лучами.

2 — на рисунке 74 изображен угол $\angle AOB$.

3 — градус — это сто восьмидесятая доля развернутого угла.

4 — угол в 1° — острый.

5 — все прямые углы равны между собой.

6 — два дополнительных друг для друга луча образуют развернутый угол.

7 — угол, равный трети развернутого, содержит 60° .

8 — стороны угла — лучи.

9 — на рисунке 75 изображено шесть углов.

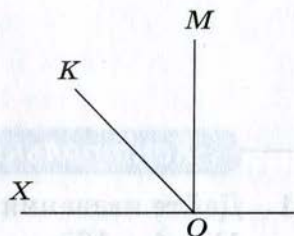


Рис. 75

Задачи на смекалку

188. Круг разбит на 8 секторов так, что угол каждого сектора на 10° отличается от угла каждого из соседних с ним.

1) Приведите несколько решений этой задачи.

2) Можно ли разбить круг на 7 секторов так, чтобы углы любых двух соседних отличались на 10° ?

189. Найдите величину угла ABC , зная, что его биссектриса образует со стороной угол, равный углу, смежному с углом ABC .

190. Сделайте рисунок так, чтобы он служил контрпримером к следующему утверждению.

1) Если угол меньше развернутого, то он тупой.

2) Если луч образует со сторонами угла равные углы, то он является биссектрисой этого угла.

3) Если два угла имеют общую вершину, а их биссектрисы вместе составляют прямую, то эти углы вертикальные.

4) Если биссектрисы двух равных углов лежат на одной прямой, то эти углы вертикальные.

191. Задача-шутка. Лупа (увеличительное стекло) дает четырехкратное увеличение. Каким будет угол в 25° , рассматриваемый через лупу?

192. Какая фигура на рисунке 76 «лишняя»?

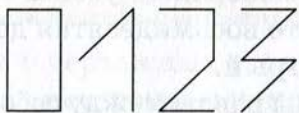


Рис. 76

Контрольные вопросы и задания

1. Дайте названия углам, если:

1) $\angle A = 10^\circ$;

3) $\angle C = 110^\circ$;

2) $\angle B = 90^\circ$;

4) $\angle D = 180^\circ$.

2. Биссектриса разбила угол на два прямых угла. В каком угле была проведена биссектриса?
3. Постройте угол AOB , равный 130° . Проведите биссектрису этого угла.
4. С помощью компаса (рис. 77) ответьте на вопросы. Какой угол между направлениями на:
 - 1) север и восток;
 - 2) север и юг;
 - 3) север и северо-восток;
 - 4) юго-восток и северо-восток;
 - 5) юго-восток и северо-запад?



Рис. 77

Числовые выражения и их значения

С числами часто выполняют арифметические действия. Чтобы показать, какие арифметические действия следует выполнить, из чисел, знаков арифметических действий и скобок составляют **числовые выражения**.

Правило чтения числовых выражений

После слов «сумма», «разность», «произведение» и «частное» числа читают в родительном падеже.

Например, $25 + 11$ — сумма двадцати пяти и одиннадцати;

$78 - 9$ — разность семидесяти восьми и девяти;

$25 \cdot 2$ — произведение двадцати пяти и двух;

$12 : 6$ — частное двенадцати и шести.

193. Прочитайте выражение и найдите устно его значение:

1) $34 + 72$;

4) $240 : 6$;

2) $548 - 19$;

5) $34\,500 : 10$;

3) $45 \cdot 5$;

6) $356 + 644$.

Какое действие следует выполнять раньше, а какое позже, определяет знакомое вам **правило порядка действий**. Согласно этому правилу сначала выполняются умножение или деление, затем сложение или вычитание, а при наличии в выражении скобок действия в них выполняются в первую очередь. Так, например, при вычислении **значения выражения**

$2 + 3 \cdot 4$ сначала находят произведение чисел 3 и 4, равное 12, а затем сумму чисел 2 и 12.

При вычислении значения выражения $2 + 3 \cdot 4$ последним действием является сложение. По последнему действию это выражение можно назвать **суммой** числа 2 и произведения чисел 3 и 4.

Последним действием при вычислении значения выражения $(2 + 3) \cdot 4$ будет умножение, поэтому данное выражение — **произведение** суммы чисел 2 и 3 на число 4.

Если последним выполняется вычитание, то выражение называют **разностью**, если деление, то **частным**. Так, разность числа 3 и частного чисел 27 и 9 равна нулю. Записывается $3 - 27 : 9 = 0$, а частное суммы и разности чисел 6 и 2 равно двум: $(6 + 2) : (6 - 2) = 2$.

194. 1) Определите, в каком порядке следует выполнять действия, прочитайте и найдите значение выражения:

а) $(900 - 377) + 100$; д) $(965 - 143) + (150 - 22)$;

б) $34 \cdot (50 : 10)$; е) $(45 \cdot 2) - (13 \cdot 3)$;

в) $965 : (37 - 32)$; ж) $(56 : 8) \cdot (28 : 4)$;

г) $100 - (24 \cdot 4)$; з) $(2400 : 20) : (20 \cdot 3)$.

2) • Какие скобки в этих выражениях лишние?

195. Определите порядок выполнения действий и найдите значение выражения:

1) $7 \cdot (125 + 192)$; 3) $542 + 235 - 27 \cdot 13$;

2) $253 + 3563 : 7$; 4) $167\,400 : 27 - 91 \cdot 62$.

196. Запишите в виде числового выражения:

1) произведение 31 и 98;

2) сумму двузначных чисел, кратных 10;

3) разность наименьшего трехзначного и наибольшего двузначного чисел;

4) частное наибольшего четырехзначного и наименьшего натурального чисел;

5) произведение числа 25 и суммы чисел 8 и 93;

6) разность числа 425 и частного 2262 и 78;

7) частное суммы чисел 36 и 92 и разности чисел 56 и 21.

197●. 1) Зная, что $432 + 584 = 1016$, найдите:

- | | |
|------------------|--------------------|
| а) $532 + 584$; | д) $4320 + 5840$; |
| б) $532 + 684$; | е) $216 + 292$; |
| в) $332 + 684$; | ж) $332 + 484$; |
| г) $482 + 484$; | з) $232 + 784$. |

2) Ответьте на вопросы, подтверждая свои ответы примерами данного задания.

- а) Что произойдет с суммой, если одно из слагаемых увеличить на 100?
- б) Что произойдет с суммой двух слагаемых, если каждое слагаемое увеличить на 100?
- в) Что произойдет с суммой двух слагаемых, если каждое слагаемое увеличить в 10 раз?
- г) Что произойдет с суммой двух слагаемых, если каждое слагаемое уменьшить в 2 раза?
- д) Что произойдет с суммой, если одно слагаемое увеличить на 100, а другое уменьшить на 100?
- е) Что произойдет с суммой, если одно слагаемое уменьшить на 50, а второе — увеличить на 100?
- ж) Что произойдет с суммой двух слагаемых, если каждое слагаемое уменьшить на 100?

198●. 1) Зная, что $88 \cdot 125 = 11\,000$, найдите:

- | | | |
|-----------------------|---------------------|----------------------|
| а) $880 \cdot 125$; | г) $44 \cdot 125$; | ж) $176 \cdot 125$; |
| б) $88 \cdot 1250$; | д) $11 \cdot 125$; | з) $176 \cdot 250$; |
| в) $880 \cdot 1250$; | е) $44 \cdot 250$; | и) $44 \cdot 25$. |

2) Ответьте на вопросы, подтверждая свои ответы примерами данного задания.

- а) Что произойдет с произведением, если один из множителей увеличить в 10 раз?
- б) Как изменится произведение двух множителей, если каждый множитель увеличить в 10 раз?
- в) Как изменится произведение, если один из множителей уменьшить в 2 раза?

г) Что произойдет с произведением, если один множитель уменьшить в 2 раза, а другой — в 5 раз?

д) Что произойдет с произведением, если один множитель уменьшить в 2 раза, а другой увеличить в 2 раза?

199. Назовите последнюю цифру результата:

1) $356 + 429$;

5) $4500 + 6987$;

2) $34 \cdot 36$;

6) $14\,670 - 8740$;

3) $656 - 38$;

7) $3645 \cdot 362$;

4) $26\,725 : 5$;

8) $2890 \cdot 657$.

200. Не выполняя вычислений, объясните, почему действия выполнены неверно:

1) $354 + 976 = 1331$;

5) $788 + 338 = 926$;

2) $5781 - 1563 = 14\,216$;

6) $3821 - 2934 = 1887$;

3) $364 \cdot 2765 = 1\,006\,465$;

7) $364 \cdot 104 = 5096$;

4) $54\,510 : 237 = 231$;

8) $70\,875 : 675 = 15$.

201. Вычислите письменно:

1) $76\,398 + 3579$;

3) $5356 \cdot 87$;

2) $173\,589 - 87\,707$;

4) $24\,411 : 237$.

202. Сравните значения выражений, не вычисляя их значений:

1) $2313 + 426$ и $4567 + 567$;

5) $637\,911 : 3$ и $637\,911 : 9$;

2) $6346 - 5671$ и $6346 - 4889$;

6) $3456 \cdot 27$ и $3457 \cdot 45$;

3) $7639 - 465$ и $8011 - 465$;

7) $634 + 853$ и $734 + 753$;

4) $4765 : 5$ и $5815 : 5$;

8) $488 \cdot 11$ и $244 \cdot 55$.

203. Запишите последовательность трех чисел, если:

1) первое число равно 125, а каждое следующее на 25 больше предыдущего;

2) первое число равно 729, а каждое следующее в 3 раза меньше предыдущего;

3) первое число равно 2, а каждое следующее равно произведению предыдущего числа на себя;

4) первое число равно 13, второе 17, а следующее равно сумме двух предыдущих;

5) первое число равно 2, второе 5, а следующее равно произведению двух предыдущих.

204. Найдите значение выражения:

- | | |
|---|------------------------------------|
| 1) $(1380 + 632) \cdot (1182 - 1155)$; | 4) $999 + 17\,982 : 111 : 6$; |
| 2) $566 + 39 \cdot (1111 - 988)$; | 5) $1032 : (2736 : 19 : 6)$; |
| 3) $3201 - (893 + 3319) : 324$; | 6) $(2578 + 102 \cdot 27) : 124$. |

205. Каким наибольшим натуральным числом можно заменить букву x , чтобы стало верным неравенство $x < (563 + 337) \cdot (808 - 155\,956 : 307)$?

206. 1) Как, не выполняя вычислений, убедиться в верности двойного неравенства:

- а) $40 + 60 < 48 + 67 < 50 + 70$;
- б) $500 + 300 < 571 + 369 < 600 + 400$;
- в) $90 - 40 < 94 - 38 < 100 - 30$;
- г) $800 - 400 < 863 - 378 < 900 - 300$;
- д) $300 \cdot 30 < 374 \cdot 34 < 400 \cdot 40$;
- е) $4000 \cdot 300 < 4842 \cdot 356 < 5000 \cdot 400$;
- ж) $2400 : 4 < 2432 : 4 < 2800 : 4$;
- з) $3000 : 60 < 3392 : 53 < 3500 : 50$;

2) Не выполняя вычислений, запишите какие-нибудь два выражения так, чтобы значение одного из них было меньше, а другого — больше, чем значение данного выражения:

- | | |
|---------------------|----------------------|
| а) $479 + 377$; | г) $483 \cdot 274$; |
| б) $1703 - 899$; | д) $1744 : 8$; |
| в) $369 \cdot 27$; | е) $9360 : 45$. |

207. Среди чисел 493, 5393, 7843, 10 863 найдите значения выражения:

- | | |
|---------------------|---------------------|
| 1) $6789 + 1054$; | 3) $13\,804 : 28$; |
| 2) $153 \cdot 71$; | 4) $9476 - 4083$. |

208. 1) Запишите координаты точек A , B , C и D , изображенных на рисунке 78.

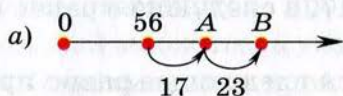


Рис. 78

2)● Как изменится координата точки $C(76)$, если сдвинуть точку:

а) вправо на 29 единиц; б) влево на 38 единиц?

209●. Запишите числовое выражение, при вычислении значения которого операции выполняются в следующей последовательности:

1) сложение, вычитание, деление;

2) сложение, умножение, вычитание, деление.

210●. Девять чисел записаны в таблицу, состоящую из трех строк и трех столбцов.

Складывая числа первой строки, ученик получил сумму 818, числа второй строки, по его подсчетам, дали в сумме 819, а сумма чисел третьей строки — 917. Проведя те же вычисления для столбцов, ученик получил суммы: 1185, 722 и 648. Правильны ли его вычисления?

211. На рыбалке Миша поймал 12 рыб, Коля — 8, а Лена — 5.

Используя эти данные, составьте выражение, дающее ответ на вопрос.

1) Сколько рыб поймали три рыбака?

2) На сколько рыб больше поймал Миша, чем Коля?

3) На сколько рыб меньше Коля поймала Лена?

4) Во сколько раз улов у Лены меньше, чем у Миши с Колей вместе?

5) Сколько рыб будет у каждого рыбака, если весь свой улов они разделят поровну?

212●. 1) Найдите два числа, если известно, что их сумма равна 50, а разность 6.

2) Найдите два числа, если известно, что одно из них на 48 больше другого, а сумма этих чисел равна 100.

213○. Решите задачи составлением выражения. Что общего в этих задачах?

1) Лена купила 9 лимонов по цене 5 р. и 6 гранатов по 7 р. за штуку. Сколько денег Лена заплатила за покупку?

2) В магазин привезли лимоны: 9 ящиков по 5 кг и 6 ящиков по 7 кг. Сколько килограммов лимонов привезли в магазин?

3) Велосипедист ехал со скоростью 5 км/ч и затратил на весь путь 9 ч. Его друг, двигавшийся ему навстречу на велосипеде со скоростью 7 км/ч, затратил на путь до встречи 6 ч. На каком расстоянии были велосипедист и его друг в начале пути?

4) Мастер работает с учеником. Мастер изготавливает за час 5 деталей, а его ученик — 7 деталей. Мастер работал 9 ч, а ученик — 6 ч. Сколько деталей изготовили мастер с учеником вместе?

214. Объясните, как решается каждая задача.

1) В ларек привели 3 ящика гранатов по 15 кг в каждом и 4 ящика лимонов по 20 кг в каждом. Сколько килограммов фруктов привезли в ларек?

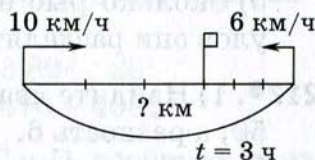
2) На складе стояло 9 ящиков яблок и 6 ящиков груш. Яблок было 90 кг. Сколько было килограммов груш, если масса одного ящика яблок и груш одинакова?

215. Задача на встречное движение.

Из двух сел выехали одновременно навстречу друг другу трактор и телега с сеном. Скорость трактора равна 10 км/ч, а скорость телеги — 6 км/ч. Чему равно расстояние между селами, если встреча произошла через 3 ч после начала движения?

1) Дайте устные пояснения к действиям.

2) Сравните разные способы решения задачи.



Способ 1.

1) $6 + 10 = 16$ (км/ч);

2) $16 \cdot 3 = 48$ (км).

Ответ: 48 км.

Способ 2.

1) $10 \cdot 3 = 30$ (км);

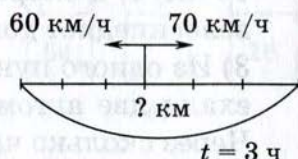
2) $6 \cdot 3 = 18$ (км);

3) $30 + 18 = 48$ (км).

Ответ: 48 км.

216. Задача на движение в противоположных направлениях.

Два поезда отошли одновременно от одной станции в противоположных направлениях. Их скорости 60 км/ч и 70 км/ч. На каком расстоянии друг от друга будут эти поезда через 3 ч после отправления?



1) Дайте устные пояснения к действиям.

2) Сравните разные способы решения задачи.

Способ 1.

1) $60 + 70 = 130$ (км/ч);

2) $130 \cdot 3 = 390$ (км).

О т в е т: 390 км.

Способ 2.

1) $60 \cdot 3 = 180$ (км);

2) $70 \cdot 3 = 210$ (км);

3) $180 + 210 = 390$ (км).

О т в е т: 390 км.

217. Задача на движение вдогонку.

Из двух пунктов, удаленных друг от друга на 60 км, выехали одновременно в одном направлении два мотоциклиста. Скорость первого 40 км/ч, скорость второго 50 км/ч. Через сколько часов второй мотоциклист догонит первого?

Нарисуйте схему и объясните решение задачи.

1) $50 - 40 = 10$ (км/ч); 2) $60 : 10 = 6$ (ч). О т в е т: через 6 ч.

218. Задача на движение с отставанием.

Велосипедист и мотоциклист выехали одновременно из одного пункта в одном направлении. Скорость мотоциклиста 40 км/ч, а велосипедиста 12 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 84 км?

Нарисуйте схему и объясните решение задачи.

1) $40 - 12 = 28$ (км/ч); 2) $84 : 28 = 3$ (ч). О т в е т: через 3 ч.

219. Задачи на движение двух объектов.

1) Два пешехода одновременно вышли навстречу друг другу из двух пунктов, расстояние между которыми 18 км. Ско-

рость одного из них 5 км/ч, а другого — 4 км/ч. Через сколько часов они встретятся?

2) Из деревни вышел пешеход, а через 2 ч в том же направлении выехал велосипедист. Скорость велосипедиста 10 км/ч, а скорость пешехода 5 км/ч. Через сколько часов велосипедист догонит пешехода?

3) Из одного пункта в противоположных направлениях выехали две автомашины со скоростями 60 км/ч и 80 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 560 км?

4) Одновременно из одного пункта в одном направлении выехали две автомашины, одна со скоростью 85 км/ч, а другая 60 км/ч. Через сколько часов расстояние между ними будет 100 км?

Задачи на смекалку

220. Ученик переписал с доски равенство, но забыл расставить скобки: $6 \cdot 8 + 20 : 4 - 2 = 58$. Где должны стоять скобки?

221. Саша получил в школе пять двоек по пяти предметам. Дома после такого печального события Саша занимался очень усердно, и у него возникла забавная мысль: нельзя ли из этих пяти двоек составить все школьные оценки.

1) Запишите каждую школьную оценку с помощью пяти двоек и знаков арифметических действий.

2) Запишите каждое из натуральных чисел от 6 до 26 с помощью пяти двоек.

222. Однажды, когда знаменитому немецкому математику Карлу Гауссу (1777—1855) было 10 лет, его школьный учитель предложил классу найти сумму чисел от 1 до 100. Как только учитель закончил диктовать задание, у Гаусса уже был готов ответ: $101 \cdot 50 = 5050$. Как рассуждал Гаусс?

Попробуйте и вы быстро вычислить:

1) $1 + 2 + 3 + \dots + 97 + 98 + 99$;

2) $1 + 3 + 5 + \dots + 995 + 997 + 999$;

3) $99 - 97 + 95 - 93 + 91 - 89 + \dots + 7 - 5 + 3 - 1$.

223. Найдите правило нахождения числа, стоящего в средней клетке первой строки. Какое число должно стоять в пустой клетке по этому правилу?

37	63	26	92	38	54	57	3	19
48		37	81		43	64		16

а) б) в)

224. Отгадайте математические ребусы.



225. Одно трехзначное число записали цифрами 1, 8 и 5, другое — 6, 2 и 4. Расположите в каждом числе цифры таким образом, чтобы произведение этих чисел было:

- 1) наибольшим; 2) наименьшим.

226. Сложили 111 тысяч, 111 сотен и 111 единиц. Какое число получилось?

227. Квадрат называют **магическим**, если суммы чисел в каждом горизонтальном ряду, в каждом вертикальном ряду и по каждой диагонали равны. Заполните магический квадрат.

2	9	
	5	
6		8

а)

307		97
	377	
577		367

б)

Контрольные вопросы и задания

1. Прочитайте выражение $560 : 2 - 201 : 3$ и найдите его значение.
2. Решите задачу, составив по ее тексту числовое выражение.
На складе лесопилки находится 16 штабелей бревен по 64 бревна в каждом и 10 штабелей по 42 бревна в каждом. Сколько всего бревен на складе?

8

Площадь прямоугольника

Длины отрезков мы измеряли с помощью линейки, а величины углов с помощью транспортира. Еще одну из основных геометрических величин — *площадь* обычно приходится вычислять.

За единицу площади принимают площадь квадрата, длина стороны которого равна единице длины. На рисунке 79 сторона квадрата равна 1 см, поэтому его площадь называют квадратным сантиметром. В квадратных сантиметрах удобно указывать, например, площадь страницы учебника, в квадратных метрах — площадь квартиры, сельскохозяйственные поля измеряют в гектарах, а для площадей стран обычно используют квадратные километры.

Длина прямоугольника $ABCD$ на рисунке 80 равна 3 см, а его ширина 2 см. Этот прямоугольник состоит из 6 квадратов, сторона каждого из которых равна 1 см. Значит, площадь прямоугольника равна 6 квадратным сантиметрам.



Рис. 79



Рис. 80

230. Запишите степень в виде произведения:

- 1) 25^3 ; 2) 106^2 ; 3) 17^4 ; 4) 9^6 .

231. Запишите число 16 в виде степени:

- 1) с показателем 2; 2) с показателем 4.

232. Запишите цифрами:

- 1) два в третьей степени; 3) пять в третьей степени;
2) три во второй степени; 4) шесть в десятой степени.

233. Прочитайте выражение и найдите его значение:

- 1) 5^2 ; 2) 3^3 ; 3) 2^5 ; 4) 10^6 ; 5) 1^{10} ; 6) 0^{100} ; 7) 2^3 ; 8) 9^2 .

Площадь квадрата со стороной 7 см равна 7^2 квадратных сантиметров. Поэтому часто вместо слов «семь во второй степени» говорят «семь в квадрате» или «квадрат семи». Используют обозначение степени и для сокращенного указания единиц площади, так, например, вместо слов *квадратный сантиметр* пишут см^2 . Так, площадь квадрата со стороной 7 см равна 49 см^2 .

234. По таблице квадратов двузначных чисел, представленной на форзаце учебника, найдите:

1) значение выражения:

а) 11^2 ; б) 81^2 ; в) 45^2 ; г) 27^2 ; д) 63^2 ; е) 55^2 ;

2) число, квадрат которого равен:

а) 144; б) 6724; в) 3136; г) 9801; д) 5776; е) 841.

Удобно возводить в квадрат числа, оканчивающиеся цифрой 5.

Правило возведения в квадрат числа, заканчивающегося цифрой «5»

Число десятков умножают на следующее за ним натуральное число и приписывают к результату 25.

Например, $75^2 = 5625$, так как $7 \cdot 8 = 56$; $105^2 = 11\,025$, так как $10 \cdot 11 = 110$.

235. Устно вычислите: 1) 85^2 ; 2) 995^2 ; 3) 205^2 ; 4) 3005^2 .

В предыдущем пункте мы говорили о том, что при отсутствии скобок сначала выполняется умножение и деление, а затем сложение и вычитание.

Важно помнить о том, что вычисление степеней, которое называется **возведением в степень**, выполняется раньше, чем умножение и деление.

236. Укажите порядок действий и вычислите устно:

- 1) $5 + 3 \cdot 4^2$; 2) $2(5 + 4)^2$; 3) $5^2 + 4^2$.

237. Найдите значение выражения:

- 1) $12^2 + 2^3$; 4) $(21 - 17)^3$; 7) $6^2 \cdot 3^3$;
2) $23 + 2^4$; 5) $(21 - 17)^4$; 8) $324^2 - (220^2 + 348 : 29)$;
3) $4^2 \cdot 5$; 6) $201 \cdot 12 - 37^2$; 9) $(6^3 - 4^3) : (11 - 9)^3$.

238. Запишите числовое выражение и найдите его значение:

- 1) сумма квадратов семи и девяти;
2) разность квадратов восьми и пяти;
3) два в пятой степени разделить на два в третьей степени;
4) произведение квадрата числа пять и квадрата числа четыре;
5) квадрат числа семь, увеличенный на девять;
6) разность ста тридцати и одиннадцати в квадрате.

239. Представьте в виде степени числа 10:

- 1) 10; 2) 100; 3) 1000; 4) 10 000; 5) 100 000; 6) 1 000 000;
7) 1 000 000 000.

240. Запишите число, представленное в виде суммы разрядных слагаемых:

- 1) $2 \cdot 10^5 + 3 \cdot 10^4 + 6 \cdot 10^3 + 4 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 9$;
2) $7 \cdot 10^5 + 0 \cdot 10^4 + 4 \cdot 10^3 + 0 \cdot 10^2 + 8$;
3) $1 \cdot 10^5 + 4 \cdot 10^3 + 6$;
4) $5 \cdot 10^4$.

241. Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых, используя степени числа 10:

- 1) 362; 2) 156 892; 3) 2 036 000; 4) 3 030 303.

Выразим сторону квадрата, равную 1 м, в сантиметрах, получим $1 \text{ м} = 100 \text{ см}$. Тогда его площадь, выраженная в см^2 , равна $100^2 \text{ см}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$. Значит, $1 \text{ м}^2 = 10\,000 \text{ см}^2$.

Можно вывести и соотношения между площадями других квадратов, сторонами которых являются известные единицы длины. Зная, что $1 \text{ км} = 1000 \text{ м}$, нетрудно выразить квадратные километры в квадратных метрах: $1 \text{ км}^2 = 1\,000\,000 \text{ м}^2$.

Иначе обстоит дело с двумя другими особенно часто используемыми в сельском хозяйстве единицами площади — *аром* (а) и *гектаром* (га). За 1 а приняли площадь квадрата со стороной 10 м. Приставка «гекто», которая обозначается буквой «г», перед любой единицей измерения увеличивает ее в 100 раз, т. е. $1 \text{ га} = 100 \text{ а}$.

Схема перевода единиц площади

$$\begin{array}{ccccccc} \text{км}^2 & \begin{array}{c} \cdot 100 \\ \longleftrightarrow \\ : 100 \end{array} & \text{га} & \begin{array}{c} \cdot 100 \\ \longleftrightarrow \\ : 100 \end{array} & \text{а} & \begin{array}{c} \cdot 100 \\ \longleftrightarrow \\ : 100 \end{array} & \text{м}^2 & \begin{array}{c} \cdot 100 \\ \longleftrightarrow \\ : 100 \end{array} & \text{дм}^2 & \begin{array}{c} \cdot 100 \\ \longleftrightarrow \\ : 100 \end{array} & \text{см}^2 & \begin{array}{c} \cdot 100 \\ \longleftrightarrow \\ : 100 \end{array} & \text{мм}^2 \end{array}$$

242. Пользуясь схемой перевода единиц площади, ответьте на вопросы.

- 1) Сколько гектаров в 1 км^2 ?
- 2) Сколько аров в 1 га ?
- 3) Сколько квадратных сантиметров в 1 дм^2 ?
- 4) Сколько квадратных сантиметров в 1 м^2 ?
- 5) Во сколько раз 1 а больше 1 дм^2 ?
- 6) На сколько 1 а меньше 1 га ?

243●. Какова сторона квадрата, площадь которого равна 1 га ?

244. Сделайте сокращенные записи:

- 1) пятьдесят шесть квадратных метров;
- 2) тридцать два гектара;
- 3) один квадратный дециметр равен ста квадратным сантиметрам;
- 4) два гектара равны двадцати тысячам квадратных метров;
- 5) девяносто аров меньше одного гектара;
- 6) одиннадцать тысяч аров больше одного квадратного километра.

245. Прочитайте записи:

- 1) 5 га; 3) $1 \text{ км}^2 = 100 \text{ га}$; 5) $3 \text{ га} > 299 \text{ а}$;
2) 23 а; 4) $1 \text{ а} = 10\,000 \text{ дм}^2$; 6) $23 \text{ га } 8 \text{ а} > 2304 \text{ а}$.

246. Вставьте пропущенные числа:

- 1) $1 \text{ га} = \dots \text{ м}^2$; 7) $2 \text{ км}^2 = \dots \text{ а}$;
2) $17 \text{ а} = \dots \text{ м}^2$; 8) $400\,000 \text{ дм}^2 = \dots \text{ а}$;
3) $5 \text{ га } 21 \text{ а} = \dots \text{ м}^2$; 9) $51 \text{ км}^2 \text{ } 3 \text{ га} = \dots \text{ а}$;
4) $400 \text{ м}^2 = \dots \text{ га}$; 10) $2 \text{ м}^2 = \dots \text{ см}^2$;
5) $5200 \text{ а} = \dots \text{ га}$; 11) $790\,000 \text{ мм}^2 = \dots \text{ см}^2$;
6) $43 \text{ км}^2 \text{ } 900 \text{ а} = \dots \text{ га}$; 12) $37 \text{ м}^2 \text{ } 8 \text{ дм}^2 = \dots \text{ см}^2$.

247^О. Морская миля имеет длину 1852 м. Выразите квадратную милю в единицах площади:

- 1) м^2 ; 2) дм^2 .

248. Длина прямоугольного поля равна 500 м, а ширина 300 м. Найдите площадь поля и выразите ее в арах и гектарах.

249. 1) При посеве гороха требуется 320 кг семян на 1 га. Сколько понадобится килограммов семян для поля площадью 489 га?

2) С 1 га поля собрали 42 ц пшеницы. Сколько центнеров пшеницы соберут с поля площадью 827 га?

250. 1) Площадь прямоугольника 72 м^2 . Одна из его сторон равна 6 м. Какая сторона больше и на сколько?

2) В прямоугольнике одна сторона на 8 дм больше другой. Найдите площадь прямоугольника, если его периметр равен 28 дм.

3) Ширина прямоугольника равна 25 см. На сколько увеличится площадь этого прямоугольника, если его длину увеличить с 30 см до 35 см?

251. Площадь комнаты 20 м^2 , а ее длина 4 м. В эту комнату хотят положить ковер, размеры которого $2 \text{ м} \times 3 \text{ м}$. Можно ли это сделать?

252. Исследовательская задача.

Квадрат и прямоугольник имеют одинаковые периметры. Площадь какой фигуры больше? Проведите исследование, если периметр равен: 1) 16 см; 2) 32 см.

Выскажите гипотезу.

253. 1) Постройте прямоугольник, площадь которого равна 16 см^2 .

2)● Сколько таких прямоугольников, длины сторон которых в сантиметрах выражены натуральными числами, можно построить?

254●. Как изменится площадь квадрата, если его сторону:

- 1) увеличить в 2 раза; 2) уменьшить в 3 раза?

255●. Найдите площадь фигуры, изображенной на рисунке 81.

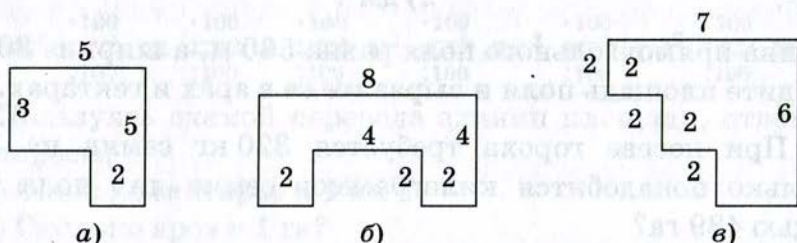


Рис. 81

256. Запишите решение задачи в виде числового выражения.

1) Как известно, площадь всей поверхности Земли составляет 510 млн км^2 . Сколько квадратных километров составляет площадь поверхности воды, если площадь поверхности суши равна 149 млн км^2 ?

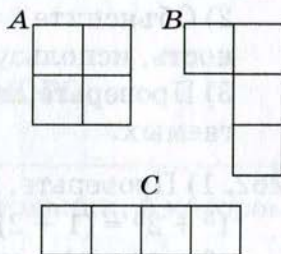
2) Известно, что площадь Северной Америки составляет 24 млн 247 тыс. км^2 , площадь Южной Америки — 17 млн 834 тыс. км^2 . Площадь Азии на 2282 тыс. км^2 больше, чем площадь Северной и Южной Америки вместе. Какова площадь Азии?

3) Тихий океан — самый большой океан Земли, его площадь составляет примерно 180 млн км^2 . Это в 12 раз больше

площади Северного Ледовитого океана. Найдите площадь Северного Ледовитого океана.

257. Найдите площади хоккейных полей и расположите полученные числа в порядке возрастания, если известно, что хоккей на траве проводится на поле $915 \text{ дм} \times 550 \text{ дм}$, хоккей с мячом — $90 \text{ м} \times 50 \text{ м}$, хоккей с шайбой — $61 \text{ м} \times 30 \text{ м}$.

258. Равны ли фигуры, изображенные на рисунке 82? Равны ли периметры фигур? Равны ли площади фигур?



259. Составьте число из номеров верных утверждений.

1 — площади равных фигур равны.

2 — если равны площади фигур, то равны и фигуры.

3 — периметры равных прямоугольников равны.

4 — если периметры прямоугольников равны, то равны и прямоугольники.

5 — если площади прямоугольников равны, то равны и прямоугольники.

6 — площадь прямоугольника равна произведению его длины на ширину.

7 — площадь квадрата равна квадрату его стороны.

8 — площадь всей фигуры равна сумме площадей ее частей.

9 — если периметры квадратов равны, то равны и их площади.

Рис. 82

Задачи на смекалку

260. Найдите числа, квадраты которых имеют вид $6**$ и $**6$, если известно, что вместо звездочек должны стоять равные двузначные числа.

261. Знаменитый российский математик Андрей Николаевич Колмогоров в возрасте пяти-шести лет любил придумывать

задачи и публиковать их в домашнем журнале. Вот одно из его ранних открытий:

$$1 = 1^2,$$

$$1 + 3 = 2^2,$$

$$1 + 3 + 5 = 3^2.$$

1) Попробуйте сформулировать свойство, подмеченное шестилетним Колмогоровым.

2) Объясните полученную закономерность, используя рисунок 83.

3) Проверьте, выполняется ли она для большего числа слагаемых.

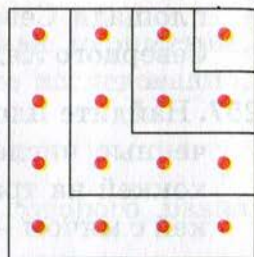


Рис. 83

262. 1) Проверьте, верны ли следующие равенства:

$$1^3 + 2^3 = (1 + 2)^2,$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 = (1 + 2 + 3)^2,$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + 4^3 = (1 + 2 + 3 + 4)^2.$$

2) Сформулируйте данное свойство чисел.

3) Проверьте это свойство для первых пяти натуральных чисел.

263. Задача-шутка. Если вы можете сказать, чему равно два в квадрате, три в квадрате и т. д., то тогда ответьте, чему равен угол в квадрате.

264. Разгадайте ребус «Число в квадрате». Помните, что разные буквы заменяют разные числа.

1) $\begin{array}{r} \times \text{ПЯТЬ} \\ \text{ПЯТЬ} \\ \hline \square\square\square\square\text{Ь} \\ + \square\square\square\square\text{Т} \\ \hline + \square\square\square\square\text{Я} \\ \square\square\square\text{П} \\ \hline \square\square\square\square\square\square \end{array}$	2) $\begin{array}{r} \times \text{ШЕШЬ} \\ \text{ШЕШЬ} \\ \hline \square\square\square\square\square\square \\ + \square\square\square\square\square\square \\ \hline \text{ВОСЕМЬ} \\ \hline \square\square\square\square\square\text{ШЕШЬ} \end{array}$	3) $\begin{array}{r} \times \text{СЕМЬ} \\ \text{СЕМЬ} \\ \hline \text{СЕМЬ} \\ + \text{С}\square\text{МЕ} \\ \square\square\text{МС} \\ \hline \square\square\square\square\square\square\square\square \end{array}$
--	--	--

Контрольные вопросы и задания

1. Выразите в арах: 1) 32 га; 2) 56 000 м².
2. Длина прямоугольника равна 54 см, а его ширина на 27 см меньше. Найдите площадь прямоугольника.
3. Найдите значение выражения $18^2 - (8427 : 3 - 52^2)$.

9

Объем прямоугольного параллелепипеда

На рисунке 84 вы видите круг, четырехугольник, в котором проведены его диагонали, и шестиугольник.

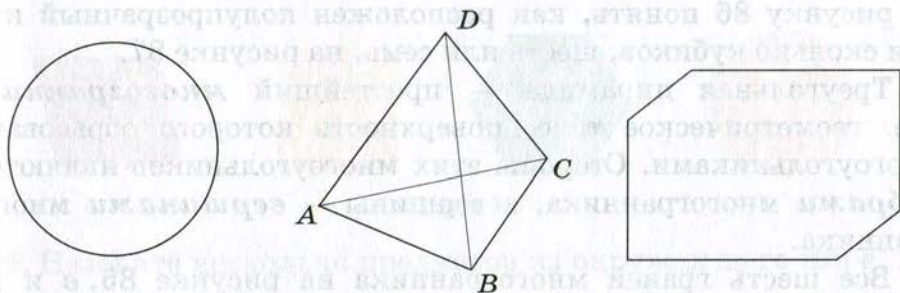


Рис. 84

А на рисунке 85 эти фигуры раскрасили, и они, как говорят художники, приобрели объем, т. е. как бы вышли из плоскости в пространство.

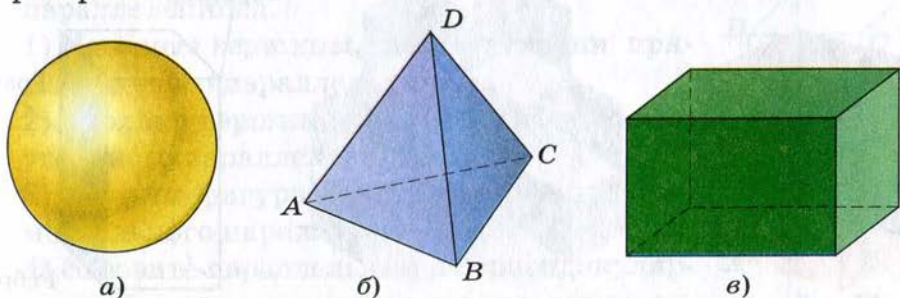


Рис. 85

Каждая из фигур, изображенных на рисунке 85, представляет собой часть пространства, ограниченную некоторой **поверхностью**. Такие пространственные фигуры называют **геометрическими телами**.

Тело на рисунке 85, а — хорошо знакомый вам **шар**. Полезно знать, что поверхность шара имеет специальное название — **сфера**.

Поверхность **треугольной пирамиды** (рис. 85, б) образована четырьмя треугольниками, которые называют **гранями** пирамиды. Сторона AC граней ABC и ACD на самом деле не видна. Ее закрывают грани ABD и CBD пирамиды. Такие линии называют **невидимыми** и изображают штрихами.

Если не использовать штриховых линий, изображения могут получиться неоднозначными. Так, например, попробуйте по рисунку 86 понять, как расположен полупрозрачный куб или сколько кубиков, шесть или семь, на рисунке 87.

Треугольная пирамида — простейший **многогранник**, т. е. геометрическое тело, поверхность которого образована многоугольниками. Стороны этих многоугольников являются **ребрами** многогранника, а вершины — **вершинами** многогранника.

Все шесть граней многогранника на рисунке 85, в и на рисунках 86 и 88 — прямоугольники. Такие многогранники имеют свое название — **прямоугольный параллелепипед**.

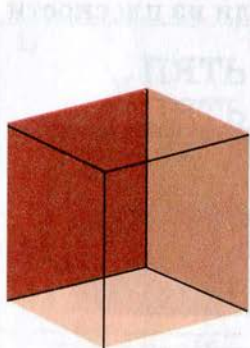


Рис. 86

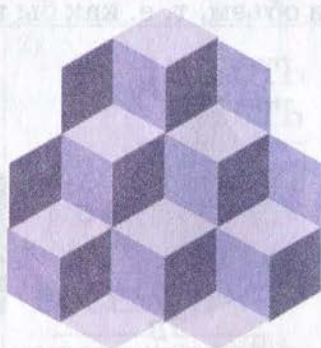


Рис. 87

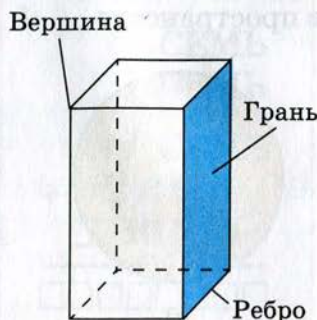


Рис. 88

Прямоугольный параллелепипед, все грани которого являются квадратами, называют *кубом*.

265. 1) Назовите на рисунке 89 плоские и объемные геометрические фигуры.
2) Какие тела являются многогранниками?
3) Какими фигурами являются грани этих многогранников?

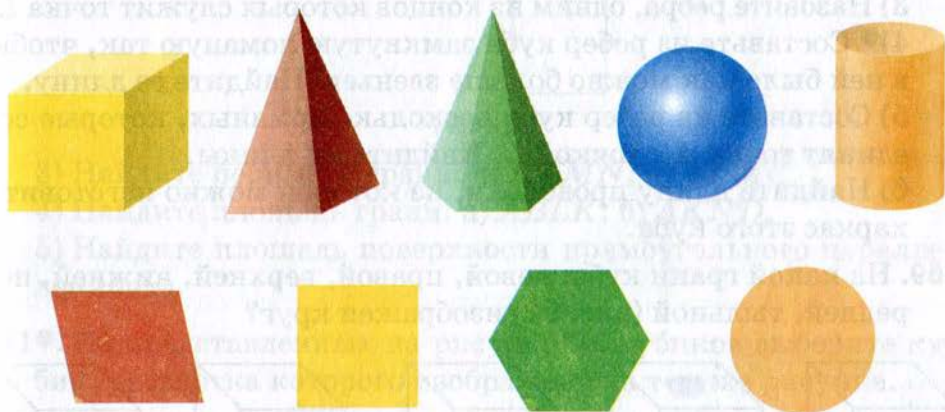


Рис. 89

266. Назовите несколько предметов из окружающего мира, которые имеют форму:
- 1) куба;
 - 2) шара;
 - 3) треугольной пирамиды;
 - 4) прямоугольного параллелепипеда.

267. На рисунке 90 изображен прямоугольный параллелепипед.

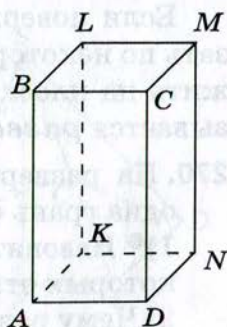


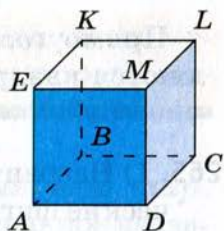
Рис. 90

- 1) Назовите вершины, ребра и грани прямоугольного параллелепипеда.
- 2) Сколько вершин, ребер, граней у прямоугольного параллелепипеда?
- 3) Какими фигурами являются грани прямоугольного параллелепипеда?
- 4) Назовите параллельные и перпендикулярные ребра прямоугольного параллелепипеда.

5) Назовите равные ребра и равные грани.

6) Сравните длины ломаных:

а) $ABCM$ и $BLKN$; б) $ABCM$ и ABM .



268. На рисунке 91 изображен куб с ребром 2 см.

1) Назовите углы куба с вершиной в точке A .

2) Назовите грани, содержащие точку A .

3) Назовите ребра, одним из концов которых служит точка L .

4) ● Составьте из ребер куба замкнутую ломаную так, чтобы в ней было как можно больше звеньев. Найдите ее длину.

5) Составьте из ребер куба несколько ломаных, которые соединят точку A с точкой L . Найдите их длины.

6) Найдите длину проволоки, из которой можно изготовить каркас этого куба.

Рис. 91

269. На какой грани куба: левой, правой, верхней, нижней, передней, тыльной (рис. 92) изображен круг?

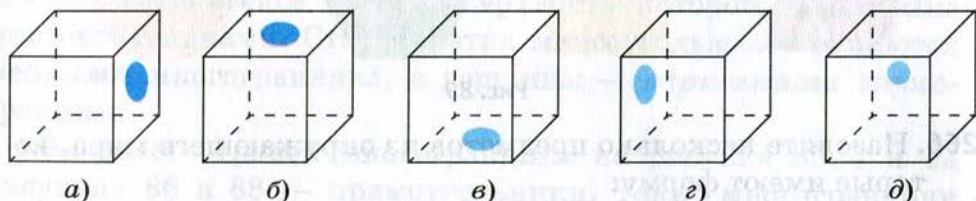


Рис. 92

Если поверхность прямоугольного параллелепипеда разрезать по некоторым ребрам, то ее можно будет развернуть и уложить на плоскость. Фигура, которая при этом получится, называется **разверткой**.

270. На развертке прямоугольного параллелепипеда (рис. 93) одна грань обозначена буквами.

1) ● Назовите грани прямоугольного параллелепипеда, на которых отмечены точки X , Y , Z ?

2) Чему равна длина, ширина и высота этого прямоугольного параллелепипеда?

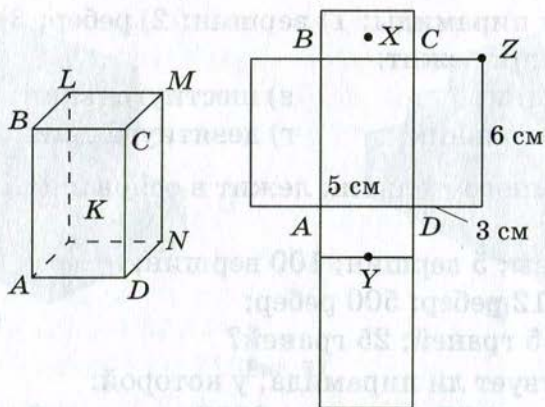


Рис. 93

- 3) Найдите периметр грани: а) $KLMN$; б) $BLMC$.
- 4) Найдите площадь грани: а) $ABLK$; б) $AKND$.
- 5) Найдите площадь поверхности прямоугольного параллелепипеда.

271●. Из представленных на рисунке 94 кубиков выберите кубик, развертка которого изображена на том же рисунке.

Пирамида — это многогранник, основанием которого служит многоугольник, а все боковые грани — треугольники.

На рисунке 95 изображена шестиугольная пирамида.

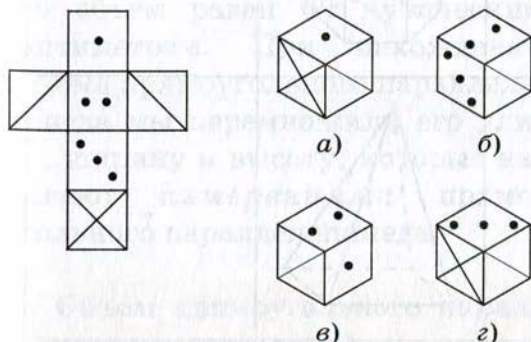


Рис. 94

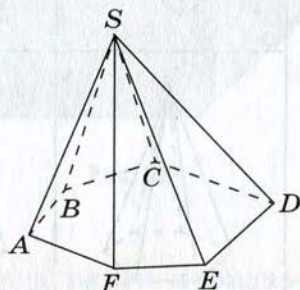


Рис. 95

272. Сколько у пирамиды: 1) вершин; 2) ребер; 3) граней, если в ее основании лежит:

- а) треугольник; в) шестиугольник;
б) четырехугольник; г) девятиугольник?

273. 1) Какой многоугольник лежит в основании пирамиды, если у нее:

- а) 4 вершины; 5 вершин; 100 вершин;
б) 8 ребер; 12 ребер; 500 ребер;
в) 4 грани; 5 граней; 25 граней?

2) • Существует ли пирамида, у которой:

- а) 999 ребер; б) 57 граней; в) 2002 вершины?

274. На рисунке 96 изображены многогранники. Найдите закономерность и заполните пустые клетки.

Важной сравнительной характеристикой геометрических тел является объем. За единицу измерения объемов принимают объем *единичного куба* — куба с ребром, равным единице. Так, объем куба с ребром в 1 см — это 1 кубический сантиметр.

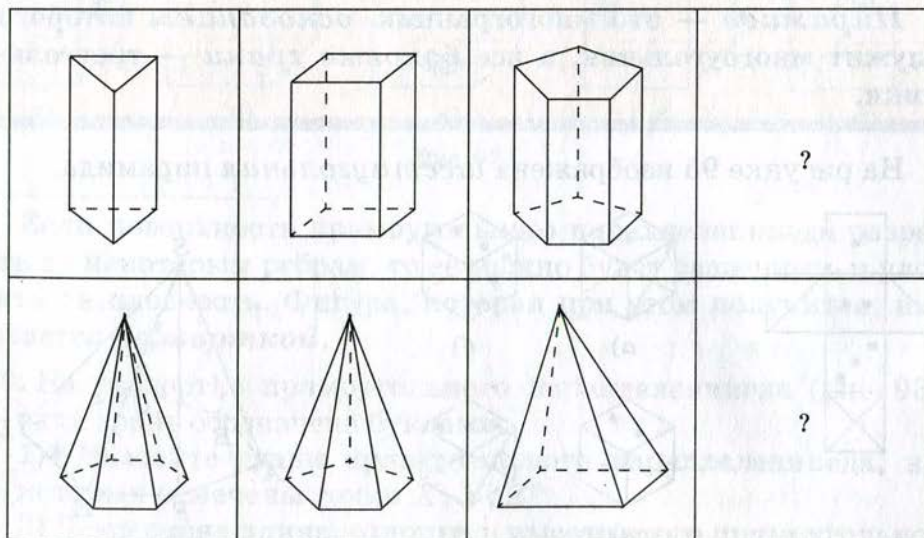
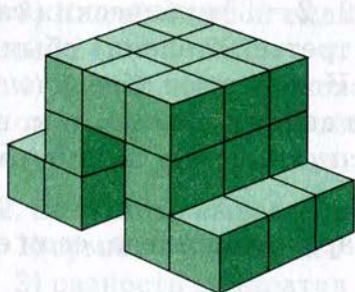
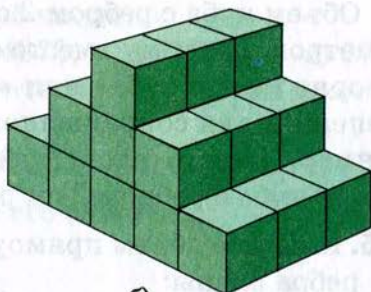


Рис. 96



а)

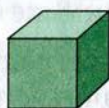


б)

Рис. 97

275. Для каждого из тел, представленных на рисунке 97, найдите объем. Тела составлены из кубов с ребром, равным 1 см.

Длина, ширина и высота прямоугольного параллелепипеда на рисунке 98 равны соответственно 4 см, 3 см и 5 см. Чтобы подсчитать, из скольких единичных кубов он составлен, разделим его на пять слоев толщиной 1 см каждый. В каждом из них $4 \cdot 3 = 12$ единичных кубов, значит, всего в этом прямоугольном параллелепипеде $12 \cdot 5 = 60$ единичных кубов, т. е. его объем равен 60 кубическим сантиметрам. При нахождении объема прямоугольного параллелепипеда мы перемножили его длину, ширину и высоту, которые называют **измерениями** прямоугольного параллелепипеда.



1 см^3

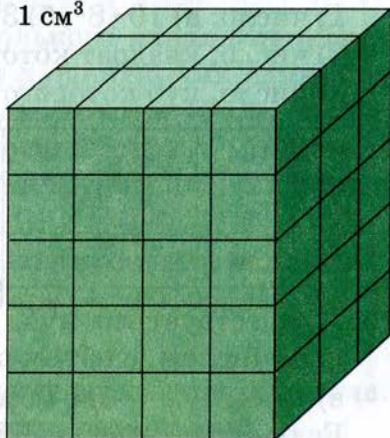


Рис. 98

Объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению его измерений.

Объем куба с ребром 2 см равен $2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$ кубических сантиметров. Поэтому вместо слов «два в третьей степени» обычно говорят «два в кубе» или «куб двух». Используют обозначение степени и для сокращенного указания единиц объема, так, например, вместо слов *кубический сантиметр* пишут см^3 . Объем куба с ребром 2 см равен 8 см^3 .

276. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его ребра равны:

- 1) 3 см, 4 см, 5 см; 3) 6 м, 7 м, 3 м;
2) 12 дм, 5 дм, 2 дм; 4) 25 мм, 4 мм, 17 мм.

277. Найдите объем куба, если его ребро равно:

- 1) 2 мм; 2) 3 см; 3) 4 дм; 4) 5 м.

278. Укажите измерения нескольких прямоугольных параллелепипедов с таким же объемом, как у куба с ребром 6 см.

279. Начертите в тетради и заполните таблицу квадратов и кубов однозначных чисел. Используя таблицу, найдите:

- 1) число: а) $10 \cdot 8^2$; б) 3^3 ; в) 8^3 ; г) 4^3 ; д) $5 \cdot 7^2$; е) $2 \cdot 6^3$;
2) число, квадрат которого равен: а) 49; б) 81; в) 64; г) 36;
3) число, куб которого равен: а) 8; б) 125; в) 729; г) 216.

a	1	2	3	4	5	6	7	8	9
a^2									
a^3									

280. Существует ли куб, ребро которого выражено натуральным числом, а объем равен:

- а) 27 см^3 ; б) 64 см^3 ; в) 729 см^3 ; г) 125 см^3 ?

Если существует, найдите его ребро.

281. Ответьте на вопросы.

1) Какой цифрой оканчивается квадрат числа:

- а) 261; б) 682; в) 245; г) 849; д) 5840; е) 5776?

2) Какой цифрой может оканчиваться число, если его квадрат оканчивается цифрой:

- а) 0; б) 1; в) 4; г) 5; д) 6; е) 9?

3) Какой цифрой оканчивается куб числа:

а) 124; б) 781; в) 7680; г) 4673; д) 7892; е) 675?

4) Какой цифрой может оканчиваться число, если его куб оканчивается цифрой:

а) 0; б) 1; в) 5; г) 6; д) 8; е) 9?

282. Запишите выражение и найдите его значение:

1) сумма куба числа 7 и числа 19;

2) разность квадратов чисел 9 и 7;

3) сумма кубов чисел 4 и 6;

4) разность кубов чисел 9 и 8;

5) произведение куба числа 5 и квадрата числа 4;

6) два в пятой степени разделить на два в третьей степени.

283. Прочитайте выражение и найдите его значение:

1) $5 + 2^3$;

4) $5^3 - 2^3$;

2) $(2 + 5)^3$;

5) $2^3 \cdot 5^3$;

3) $2^3 + 5^3$;

6) $5 \cdot 2^3$.

При вычислении объема прямоугольного параллелепипеда его размеры должны быть выражены в одинаковых единицах длины. Так, если измерения равны 2 дм, 15 см и 45 мм, то сначала следует перевести дециметры и сантиметры в миллиметры: $2 \text{ дм} = 200 \text{ мм}$, $15 \text{ см} = 150 \text{ мм}$, а затем уже найти их произведение $200 \cdot 150 \cdot 45 = 1\,350\,000 \text{ мм}^3$.

Полученный ответ можно несколько упростить, если заметить, что $1 \text{ см}^3 = 10 \text{ мм} \cdot 10 \text{ мм} \cdot 10 \text{ мм} = 1000 \text{ мм}^3$. Тогда $1\,350\,000 \text{ мм}^3 = 1350 \text{ см}^3$.

284. 1) Составьте схему перевода метрических единиц объема.

2) Заполните многоточия в следующих равенствах:

а) $1 \text{ м}^3 = \dots \text{ дм}^3$;

д) $7 \text{ см}^3 = \dots \text{ мм}^3$;

б) $1 \text{ дм}^3 = \dots \text{ см}^3$;

е) $5 \text{ дм}^3 \, 72 \text{ см}^3 = \dots \text{ см}^3$;

в) $1 \text{ см}^3 = \dots \text{ мм}^3$;

ж) $32\,000 \text{ дм}^3 = \dots \text{ м}^3$;

г) $1 \text{ м}^3 = \dots \text{ см}^3$;

з) $2 \text{ м}^3 \, 5 \text{ дм}^3 = \dots \text{ дм}^3$.

285. 1) Высота комнаты 2 м 50 см, ширина 4 м, длина 6 м 5 дм.

Сколько кубических метров воздуха находится в комнате?

- 2) Объем комнаты равен 80 м^3 . Найдите высоту комнаты, если известно, что площадь пола равна 2500 дм^2 .
- 3) Объем аквариума равен 198 дм^3 . Найдите высоту аквариума, если известно, что его длина равна 8 дм , а ширина 4 дм 5 см .
- 4) Найдите объем куба, если площадь его поверхности равна 24 м^2 .
- 286°.** 1) Высота спортивного зала 4 м , а его длина в 2 раза больше ширины, которая, в свою очередь, на 50 см больше высоты. Найдите объем спортивного зала.
- 2) Периметр пола спортивного зала 80 м . Найдите объем зала, если его длина в 3 раза больше ширины, а высота равна 4 м 5 дм .
- 287°.** 1) Сторону квадрата увеличили в 3 раза. Во сколько раз:
- а) увеличился его периметр; б) увеличилась его площадь?
- 2) Ребро куба увеличили в 3 раза. Во сколько раз:
- а) увеличилась площадь его поверхности;
- б) увеличился его объем?
- 288.** Плавательный бассейн вмещает 825 м^3 воды. За 1 ч через первую трубу в бассейн вливается 30 м^3 , а через вторую 25 м^3 воды.
- 1) Сколько потребуется времени, чтобы наполнить бассейн?
- 2) Какой объем бассейна останется незаполненным через 3 ч?
- 289.** Бассейн, объем которого 240 м^3 , одной трубой наполняется за 3 ч, а второй трубой — за 4 ч. На сколько больше воды поступает в бассейн за 1 ч через первую трубу, чем через вторую?
- 290.** Во время дождя под водосточную трубу поставили пустую бочку. Каждую минуту в нее вливается 6 л воды, а через щель выливается 2 л . Сколько воды будет в бочке через 7 мин, если дождь не прекратится?

Задачи на смекалку

291. Найдите объем тела, составленного из кубиков со стороной 1 (рис. 99). Можно ли из данных кубиков сложить прямоугольный параллелепипед с измерениями:

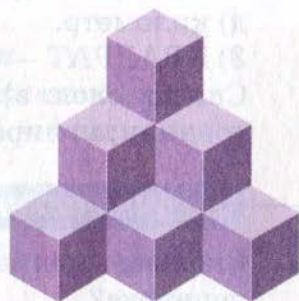


Рис. 99

- 1) $1 \times 1 \times 8$;
- 2) $2 \times 2 \times 2$;
- 3) $1 \times 2 \times 4$;
- 4) $3 \times 3 \times 2$?

292. Нарисуйте куб и занумеруйте его вершины числами от 1 до 8 так, чтобы сумма номеров на каждой из шести граней оказалась одинаковой.

293. Какой цифрой оканчивается произведение одиннадцати множителей, каждый из которых равен:

- 1) 12; 2) 23; 3) 54; 4) 75; 5) 96?

294. Вместо звездочек $(**)^3 = ***9$ поставьте цифры так, чтобы получить верное равенство.

295. Из 18 одинаковых кубиков сложили прямоугольный параллелепипед высотой три кубика. Найдите площадь поверхности параллелепипеда, если площадь поверхности одного кубика равна 6 см^2 .

296. Найдите ребро куба, объем которого в кубических метрах и площадь поверхности в квадратных метрах выражается одним и тем же натуральным числом.

297. Прописными буквами выделены три слова. Выберите из списка предложенных слов четвертое слово, которое так же связано с третьим, как второе с первым.

- 1) САНТИМЕТР — ДЛИНА, ГЕКТАР — ?

Список слов: а) километр; б) квадратный дециметр; в) площадь; г) объем.

2) АР — КВАДРАТНЫЙ МЕТР, ДЕЦИМЕТР — ?

Список слов: а) длина; б) метр; в) сантиметр; г) миллиметр; д) километр.

3) КВАДРАТ — ПРЯМОУГОЛЬНИК, КУБ — ?

Список слов: а) прямоугольный параллелепипед; б) многогранник; в) пирамида; г) шар.

Контрольные вопросы и задания

1. Сколько вершин, ребер и граней у прямоугольного параллелепипеда?
2. Заполните многоточие $2 \text{ дм}^3 + 4 \text{ см}^3 = \dots \text{ мм}^3$.
3. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если его ребра равны 1 м 3 дм, 2 дм, 5 дм.

10

Буквенные выражения

Разные числовые выражения могут иметь одинаковые значения. Так, например, $23 + (7 + 18) = (23 + 7) + 18 = 48$. В исходном выражении мы для облегчения устных вычислений переставили скобки. Тем самым, мы применили известный вам из начальной школы *сочетательный закон* сложения.

298. 1) Примените сочетательный закон сложения при вычислениях:

а) $77 + (23 + 834)$;

в) $47 + 53 + 198$;

б) $(238 + 171) + 29$;

г) $569 + 333 + 167$.

2) Объясните, как вы применяли сочетательный закон в каждом случае.

При записи сочетательного закона сложения нужно показать, что его можно применять к любым числам. С этой целью в математике числа обычно заменяют строчными латинскими буквами $a, b, c, d, \dots$. Тогда для любых чисел a, b и c сочетательный закон сложения будет выглядеть так:

$$a + (b + c) = (a + b) + c.$$

Вам знакомы и другие законы арифметических действий. С помощью букв их можно записать следующим образом.

Переместительный закон

сложения
 $a + b = b + a$

умножения
 $a \cdot b = b \cdot a$

Сочетательный закон

сложения
 $a + (b + c) = (a + b) + c$

умножения
 $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$

Распределительный закон

$$(b + c) \cdot a = b \cdot a + c \cdot a$$

299.1) Какие законы сложения проиллюстрированы с помощью отрезков на рисунке 100?

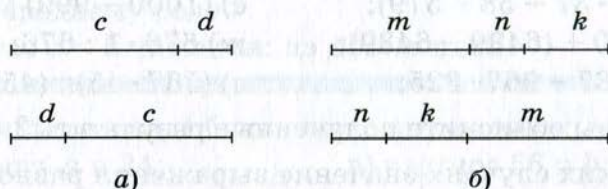


Рис. 100

2) Какие законы арифметических действий проиллюстрированы с помощью прямоугольников на рисунке 101?

3) Объясните с помощью рисунка 102 равенство

$$(ab)c = a(bc).$$

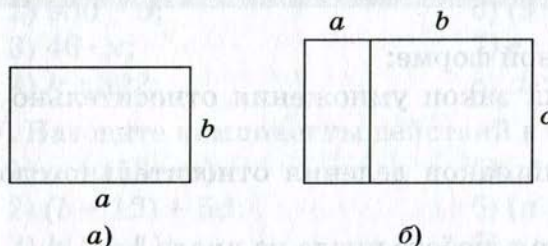


Рис. 101

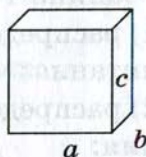


Рис. 102

300. Сформулируйте свойство:

1) $(a + b) - c = a + (b - c)$ или $(a + b) - c = (a - c) + b$;

2) $a - (b + c) = a - b - c$.

301. Вычислите устно, называя законы арифметических действий:

1) $236 + 548 + 764$;

7) $25 \cdot 123 \cdot 2$;

2) $648 + 1698 + 302$;

8) $5 \cdot 17 \cdot 8$;

3) $(364 + 785) - 585$;

9) $(100 + 3) \cdot 4$;

4) $(867 + 499) - 767$;

10) $(100 - 1) \cdot 4$;

5) $256 \cdot 54 + 744 \cdot 54$;

11) $(333 + 999) : 3$;

6) $83 \cdot 686 - 83 \cdot 586$;

12) $(967 - 467) : 5$.

302. 1) Сформулируйте свойства действий с нулем.

2) Найдите устно значение выражения:

а) $(4572 + 17\,478) \cdot 3 \cdot 0$;

д) $(789 - 788) \cdot 1$;

б) $0 : (45 \cdot 37 + 58 - 579)$;

е) $(1000 - 999) : (1 + 0)$;

в) $7856 \cdot 0 + (6439 - 6439)$;

ж) $676 \cdot 1 : 676$;

г) $325 \cdot 967 - 967 \cdot 325$;

з) $(567 \cdot 45) : (45 \cdot 567)$.

3)● Как вы объясните полученные результаты?

4)● В каких случаях значение выражения равно нулю?

Свойства действий с нулем

Сложение и вычитание

Умножение и деление

$a + 0 = a$ и $0 + a = a$

$a \cdot 0 = 0$ и $0 \cdot a = 0$

$0 + 0 = 0$ и $0 - 0 = 0$

$0 \cdot 0 = 0$

$a - a = 0$ и $a - 0 = a$

$0 : a = 0$, где $a \neq 0$

303. Запишите в буквенной форме:

1) распределительный закон умножения относительно вычитания;

2) распределительный закон деления относительно сложения;

3) свойство умножения любого числа на число 1;

4) свойство деления нуля на любое отличное от нуля число.

304. 1)● Верны ли равенства:

а) $a : c + b : c = (a + b) : c$; в) $a \cdot b : c = a : c \cdot b = b : c \cdot a$;

б) $a : c - b : c = (a - b) : c$; г) $a : b : c = a : (b \cdot c)$?

2) Проверьте данные равенства при $a = 472$, $b = 118$ и $c = 2$.

Довольно часто в выражение вместе с буквами входят и числа, такие выражения тоже называют *буквенными*.

Правило чтения буквенных выражений

Буквенные выражения читаются также, как и числовые, например, $a(b + c)$ — это произведение a и суммы b и c .

В отличие от чисел буквы при чтении не склоняются, поэтому выражение $x + y$ читается как «сумма икс и игрек», а выражение $y - z$ — «разность игрек и зэт».

Буквы x , y и z мужского рода. Поэтому, например, равенство $x = 3$ читается: икс *равен* трем. Все остальные буквы относятся к среднему роду.

Равенство $c = 5$ читается: цэ *равно* пяти.

305. 1) Запишите в виде буквенного выражения:

а) разность a и 34;

в) частное 56 и b ;

б) сумма x и 15;

г) произведение c и 3;

д)● разность произведения чисел 2 и d и числа k ;

е)● сумма произведения чисел 3 и c и числа 4.

2) Назовите компоненты действий в полученных выражениях.

306. Прочитайте буквенные выражения:

1) $x + 255$;

5) $y + (34 + n)$;

2) $900 - b$;

6) $(9 - z) \cdot 100$;

3) $46 \cdot x$;

7) $c \cdot (d : 10)$;

4) $k : 302$;

8) $d : (k - 80)$.

307. Назовите компоненты действий в выражениях:

1) $a + (58 - c)$;

5) $a - (c + 3)$;

2) $(b - 12) + 5d$;

6) $(n + 4) - 7m$;

3) $k(k + 1)$;

7) $c : (56 + 3)$;

4) $(b - 21)(c + 9)$;

8) $(p + 1) : (k - 8)$.

308●. Сравните в равенстве числа, обозначенные буквами:

- | | |
|----------------------|----------------------|
| 1) $a + 3 = b$; | 5) $8 - m = n$; |
| 2) $c - 5 = d$; | 6) $9 : c = d$; |
| 3) $k \cdot 2 = t$; | 7) $9 + b = 9 + c$; |
| 4) $x : 7 = y$; | 8) $y - 8 = z - 7$. |

309○. С помощью знака умножения запишите соотношения между буквами в равенстве:

- 1) $a : b = 3$; 2) $7 : c = d$; 3) $k : 9 = m$; 4) $z : t = 1$; 5) $n : p = 0$.

310●. Запишите в виде равенства тремя способами:

- 1) число a на 5 больше числа b ;
- 2) число m в 6 раз больше числа n ;
- 3) число z на 7 меньше числа t ;
- 4) число x в 8 раз меньше числа y .

311. 1) Заполните таблицу.

a	20	32	44	56	68	80	92
$a - 19$							
$100 - a$							

2) Как изменяются значения данных выражений с увеличением числа a ?

3)● Назовите все значения a , при которых $a - 19 > 100 - a$.

4) Как изменяются с увеличением числа a значения выражений:

- а) $a : 2$; б) $10a$; в) $a \cdot a$; г) $a - a$; д) $a : a$?

Законы арифметических действий применяют не только к числовым, но и к буквенным выражениям. Так, например, используя распределительный закон умножения, можно заменить выражение $2 \cdot b + 5 \cdot b$ более простым:

$$2 \cdot b + 5 \cdot b = (2 + 5) \cdot b = 7 \cdot b.$$

Обычно перед буквой и перед скобкой знак умножения не ставят, считая, что $ab = a \cdot b$, $7b = 7 \cdot b$, $5(c + d) = 5 \cdot (c + d)$, $ab : c = a \cdot b : c$. Тогда $(b + c)a = ba + ca$.

312. В каких выражениях знак умножения можно убрать:

- | | |
|----------------------------|-------------------------|
| 1) $21 \cdot a$; | 4) $b \cdot (c + 13)$; |
| 2) $x \cdot y$; | 5) $6 \cdot (x + y)$; |
| 3) $58 \cdot 32 \cdot d$; | 6) $144 \cdot z : 45$? |

313. Упростите выражение:

- | | |
|--------------------------|--------------------------|
| 1) $13a + 18a$; | 4) $a + a - b - b$; |
| 2) $21b - 9b$; | 5) $c + 2c + 5c + 13c$; |
| 3) $x + x + x + y + y$; | 6) $56 - 7d - 2d$. |

314. Запишите выражение без скобок:

- | | |
|-----------------|--------------------|
| 1) $5(a + b)$; | 3) $10(2m + n)$; |
| 2) $7(c - d)$; | 4) $12(4x - 3y)$. |

315°. 1) При каких значениях a выполняются условия:

- | | |
|------------------|--------------------|
| а) $3a = 0$; | д) $a > 10$; |
| б) $3a = 3$; | е) $a + 5 < 10$; |
| в) $a : a = 1$; | ж) $3a < 9$; |
| г) $a < 5$; | з) $3a + 5 < 12$? |

2) На какие две группы можно разбить данные математические записи?

316°. Найдите закономерность и продолжите последовательность выражений:

- | | |
|-------------------------------|--------------------------------------|
| 1) $a, 2a, 4a, \dots$; | 3) $3x + 2, 3x + 5, 3x + 8, \dots$; |
| 2) $b, b + 1, b + 2, \dots$; | 4) $2y + 1, 4y + 3, 6y + 5, \dots$. |

317. Каким по порядку действием будет деление при вычислении значения выражения:

- | | |
|----------------------|----------------------------|
| 1) $a + b : c$; | 4) $(b - 81)d : c$; |
| 2) $a : b + cd$; | 5) $ak + b : c$; |
| 3) $a + b : c - m$; | 6) $(a + 35)c - (100:d)$? |

318. Проверьте, выполняется ли при $a = 24$ и $b = 13$ равенство:

- 1) $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$;
2) $(a + b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$;
3) $(a - b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$.

319. Запишите в виде выражения число:

- | | |
|-------------------------------------|---|
| 1) дециметров в x м; | 5) квадратных сантиметров в k м ² ; |
| 2) гектаров в a км ² ; | 6) кубических сантиметров в c м ³ ; |
| 3) аров в b га; | 7) кубических миллиметров в y дм ³ ; |
| 4) граммов в k ц; | 8) квадратных сантиметров в d дм ² . |

320°. Как изменится значение выражения $7a$, если a :

- | | |
|--------------------|------------------------|
| 1) увеличить на 1; | 3) увеличить в 2 раза; |
| 2) уменьшить на 2; | 4) уменьшить в 3 раза? |

321°. На координатном луче (рис. 103) отмечены точки 1 и a . Расскажите, как отметить на луче с помощью циркуля точки: 1) $2a$; 2) $a - 1$; 3) $a + 3$; 4) $3a + 2$.

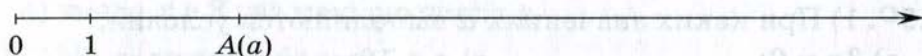


Рис. 103

322°. Точка A на рисунке имеет координату a .

- 1) Какие координаты имеют точки B , C и D (рис. 104)?
- 2) Координата точки B (рис. 105) равна $a + 1$. Какую координату имеет точка F ?

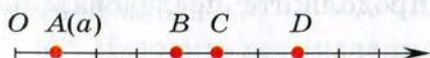


Рис. 104

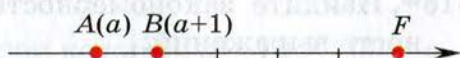


Рис. 105

323°. Найдите правильные утверждения и из их номеров составьте число.

- 1 — равенство $(a + b) + c = a + (b + c)$ верно при любых значениях букв.
- 2 — значения выражений $13 - a$ и $a + 10$ равны при $a = 3$.
- 3 — при $c = 0$ равенство $c + 200 = 201$ верное.
- 4 — если уменьшаемое и вычитаемое увеличить на 5, то разность не изменится.
- 5 — в выражении $(x - 3) - (y + 1)$ уменьшаемым является $(y + 1)$.

6 — при $x = 337$ значение выражения $456 - x$ равно 129.

7 — $ac = c$, если $a = 1$, c — любое число.

8 — $a + c = a$, если $c = 0$.

Числа, буквы, знаки арифметических действий и скобки — это слова языка, на котором говорит математика. Как и в обычном языке, из этих слов составляются различные выражения. Часто мы приходим к числовым и буквенным выражениям в результате перевода на математический язык условия задачи.

Задача. У Коли в коллекции m марок, а у Саши на 7 марок больше. Сколько марок у обоих мальчиков вместе?

Решение. У Саши есть m и еще 7 марок, т. е. $m + 7$ марок. Сложим число Колиных марок с числом Сашиных.

$$m + (m + 7) = (m + m) + 7 = 2m + 7 \text{ (марок).}$$

Ответ. У Коли и Саши вместе $2m + 7$ марок.

Сколько бы марок ни было у Коли, мы можем заменить этим числом букву m в выражении $2m + 7$ и найти значение полученного числового выражения. Если, например, у Коли 85 марок, то при $m = 85$ получаем $2m + 7 = 2 \cdot 85 + 7 = 177$.

324. Карандаш стоит x р., а ручка y р. Объясните, что показывает выражение:

1) $y - x$;

4) $6x + 2y$;

2) $x + y$;

5) $6x - 2y$;

3) $6x$ и $2y$;

6) $y : x$.

325. Даны выражения:

а) $a + (a + b)$;

д) $a - (b + c)$;

б) $a + b + c$;

е) $(a + b) + a$;

в) $a - b - c$;

ж) $a + (a - b)$.

г) $a + b - c$;

Выберите то из них, которое дает ответ на вопрос задачи.

1) У Саши a марок, а у Вити на b марок больше. Сколько всего марок у Саши и Вити?

2) У Сережи a карандашей, что на b карандашей больше, чем у его сестры. Сколько карандашей у них вместе?

3) Мама принесла домой a яблок. Из них b яблок она дала сыну и c яблок дочери. Сколько яблок у нее осталось?

4) В автобусе едут a мужчин и b женщин. На остановке вышло c пассажиров. Сколько пассажиров осталось в автобусе?

5) В графине было a литров воды. Сначала отлили b литров, затем c литров. Сколько литров воды осталось?

326°. Нарезной батон стоит a , а пирожное b р.

1) Сколько стоит:

а) 5 батонов; б) 7 пирожных; в) 2 батона и 3 пирожных?

2) На сколько пирожное дороже батона?

3) На сколько дешевле одно пирожное, чем три батона?

4) Во сколько раз 5 батонов дороже, чем 2 пирожных?

327°. Одно число m , а другое число на 13 меньше. Запишите в виде буквенного выражения: 1) разность; 2) сумму этих чисел. Упростите полученное выражение и найдите его значение при $m = 17$.

328. На схемах (рис. 106) обозначены длины отрезков. Фигурная скобка показывает сумму их длин. Какое буквенное выражение должно стоять на месте знака вопроса?

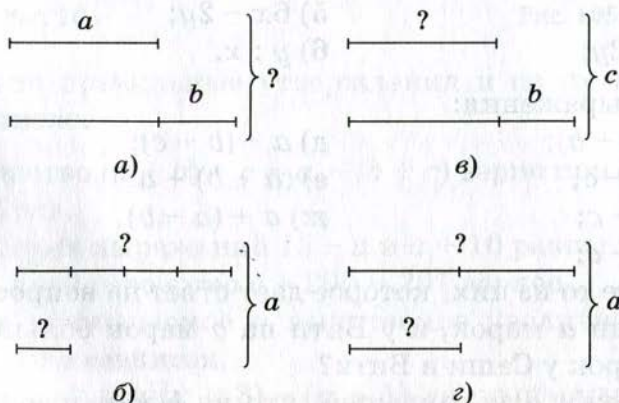


Рис. 106

329. 1) Составьте выражение к задаче.

а) У Маши x наклеек, что в 2 раза меньше, чем у Тани. Сколько наклеек у Тани?

б) Из x красных роз и y белых роз сделали букеты. Сколько получилось букетов, если в каждом букете по 3 розы?

в) В пенале x ручек, а карандашей в 2 раза больше. Сколько в пенале ручек и карандашей?

г) Тетрадь стоит x р., а книга в y раз дороже. На сколько рублей дороже книга, чем тетрадь?

д) Груша стоит x р., а яблоко y р. Сколько заплатили за 3 груши и 3 яблока?

2) Найдите значение составленного выражения при $x = 9$, $y = 6$.

330. Составьте выражение, отвечающее на вопрос задачи.

1) Гоночный велосипед движется со скоростью 72 км/ч. Какое расстояние он проедет за t ч?

2) Скаковая лошадь движется со скоростью 69 км/ч. За сколько часов она пробежит s км?

331 ○. Составьте выражение.

1) Пешеходу надо пройти a км. Он шел 3 ч со скоростью s км/ч. Сколько километров ему осталось пройти?

2) Мотоциклист ехал 2 ч со скоростью a км/с и 3 ч со скоростью s км/ч. Какое расстояние проехал мотоциклист?

3) Поезд проехал s км за 2 ч. Какое расстояние он проедет за 3 ч, если будет ехать с той же скоростью?

4) По течению реки за 2 ч лодка проплыла x км. Против течения тот же путь она проделала за 3 ч. На сколько меньше была скорость лодки на обратном пути?

332 ●. Запишите выражение, отвечающее на вопрос задачи.

1) Самолет пролетел за 2 ч a км. Сколько километров он пролетит за 5 ч, если его скорость не изменится?

2) Одновременно из двух городов навстречу друг другу выехали два легковых автомобиля и встретились через t ч.

Скорость одного автомобиля v км/ч. Найдите скорость другого, если расстояние между городами s км.

3) Одновременно из двух городов навстречу друг другу выехали два автомобиля и встретились через t ч. Найдите расстояние между городами, если скорость одного автомобиля v км/ч, а скорость другого u км/ч.

Задачи на смекалку

333. Какие цифры нужно поставить вместо букв A и B , чтобы получилось верное равенство $AB \cdot A \cdot B = BBB$.

334. В равенстве $МУХА \cdot А = СЛОН$ нужно буквы заменить цифрами от 1 до 8. Известно, что вместо буквы A нужно поставить цифру 2. Восстановите числовое равенство.

335. На прямой через равные промежутки поставили 10 точек, которые заняли отрезок длины a . На другой прямой через такие же промежутки поставили 100 точек, и они заняли отрезок длины b . Во сколько раз a меньше b ?

336. Кусок проволоки длиной x футов разрезали на 6 равных кусков по 2 фута 4 дюйма. Найдите величину x , зная, что в одном футе двенадцать дюймов.

337. Число x равно сумме первых 20 натуральных чисел, а число y равно сумме первых 10 натуральных чисел. На сколько число x больше, чем число y ?

Контрольные вопросы и задания

1. Даны математические записи:

1) $17 + 8$;

5) $3057 > 987$;

2) $x - 53$;

6) $a < 5$;

3) $45 - 9 = 36$;

7) $c + a = a + c$;

4) $c : d$;

8) $(b - 22) \cdot 3$.

Прочитайте: а) выражения; б) числовые выражения; в) буквенные выражения; г) буквенные равенства; д) числовые равенства; е) неравенства; ж) буквенные неравенства.

2. Найдите значение выражения $(1800 + 999) : m$ при $m = 9$.

Как известно, пройденный путь равен произведению скорости на время движения. Обычно величину пройденного пути обозначают буквой s , скорость движения — буквой v , а время буквой t . Почему для обозначения пройденного пути стали использовать букву s , неизвестно, а выбор букв v и t легко объяснить тем, что они являются первыми буквами французских слов *vitesse* — скорость и *temp* — время.

Эти обозначения приводят к *формуле пути* $s = vt$. Само слово **формула** переводится с латыни как форма или правило.

338. Найдите по формуле пути:

- 1) расстояние, которое пройдет теплоход за 3 ч со скоростью 34 км/ч;
- 2) скорость катера, который проходит 360 км за 5 ч;
- 3) время, затраченное теплоходом на путь 192 км, при движении со скоростью 64 км/ч.

339. В типографиях машины набирают 2000 знаков в минуту. На одной машинописной странице 30 строк, в каждой строке 60 знаков.

- 1) Сколько секунд потребуется для набора двух машинописных страниц?
- 2) Сколько времени потребовалось бы для набора таких же страниц в середине прошлого века, если тогда на набор тратили в 10 раз больше времени?

В формуле площади прямоугольника $S = ab$ площадь обозначается заглавной латинской буквой S , а длины сторон прямоугольника — буквами a и b .

340. 1) Найдите по формуле площади прямоугольника $S = ab$:

- а) длину a , если $S = 135 \text{ см}^2$, $b = 5 \text{ см}$;
- б) ширину b , если $S = 52 \text{ дм}^2$, $a = 13 \text{ дм}$;
- в) площадь S , если $a = 25 \text{ мм}$, $b = 8 \text{ мм}$.

2) Найдите, используя формулу периметра прямоугольника $P = 2(a + b)$:

- а) периметр прямоугольника со сторонами 107 см и 123 см;
- б) длину прямоугольника, если его периметр 126 м, а ширина 29 м;
- в) ширину прямоугольника, периметр которого 234 дм, а длина 78 дм.

341. 1) Запишите формулу:

- а) периметра квадрата P со стороной a ;
- б) площади квадрата S со стороной a ;
- в) объема куба V с ребром a .

2) Найдите периметр и площадь квадрата и объем куба, если $a = 8 \text{ см}$.

342. Запишите формулы площади и периметра фигуры, изображенной на рисунке 107.

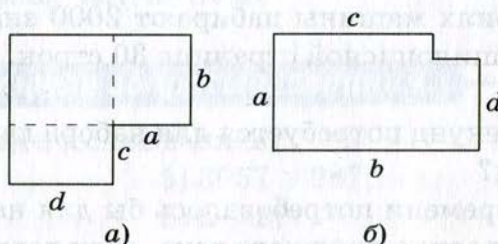


Рис. 107

343. 1) Запишите формулу объема V прямоугольного параллелепипеда с длиной a , шириной b и высотой h .
- 2) Найдите объем прямоугольного параллелепипеда, если:
- $a = 18$ см, $b = 12$ см, $h = 13$ см;
 - $a = 203$ м, $b = 107$ м, $h = 129$ м.
- 3) Найдите:
- высоту h , если $V = 2024$ м, $a = 23$ м, $b = 11$ м;
 - длину a , если $V = 2730$ м, $h = 15$ м, $b = 14$ м.
344. Запишите формулу деления с остатком, если a — делимое, b — делитель, q — неполное частное, а r — остаток. Найдите:
- a , если $b = 8$, $q = 6$, $r = 7$;
 - b , если $a = 37$, $q = 7$, $r = 2$;
 - q , если $a = 6518$, $b = 63$, $r = 29$;
 - r , если $a = 18\,115$, $b = 215$, $q = 55$.
345. Карандаш стоит k р., ручка r р., а блокнот t р.
- Запишите формулу стоимости C комплекта, состоящего из трех карандашей, двух ручек и одного блокнота.
 - Составьте какой-нибудь другой комплект из этих предметов и запишите формулу его стоимости.
346. Решите задачи, используя формулу работы $A = vt$, где v — производительность, t — время.
- С конвейера Волжского автозавода каждую минуту сходit 3 машины «Жигули». Сколько машин выпускает автозавод за день?
 - За 4 ч работы штукатур-плиточник выкладывает плиткой 8 м^2 стены. С какой производительностью работает штукатур?
 - Сколько времени потребуется машинистке, чтобы перепечатать рукопись, в которой 150 страниц, если она печатает 25 страниц за час?

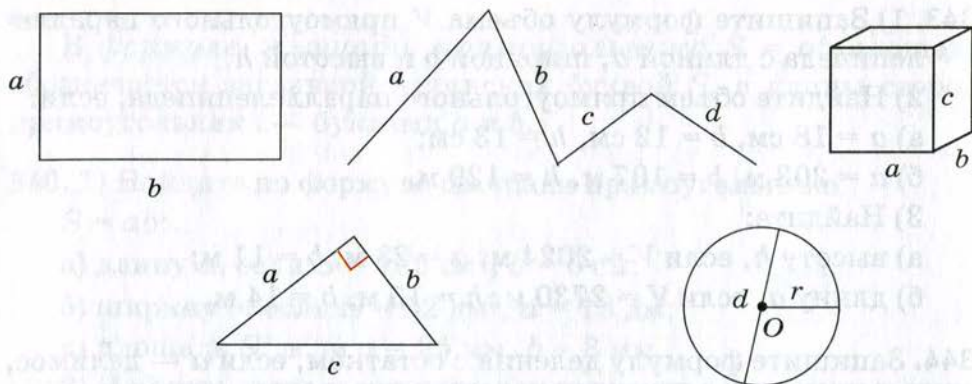


Рис. 108

347. Для каждой фигуры на рисунке 108 подберите формулу:

$$P = 2(a + b); V = abc; S = ab; P = a + b + c + d;$$

$$S = 2(ab + bc + ac); P = a + b + c; d = 2r.$$

348. На рисунке 109 изображены схемы движения двух объектов.

1) Запишите формулу скорости их сближения или удаления для каждой схемы.

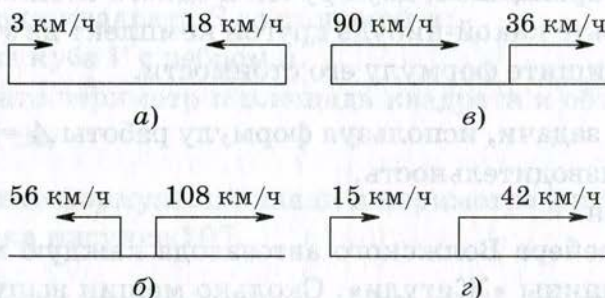


Рис. 109

2) Найдите, на сколько изменится расстояние между объектами через 3 ч.

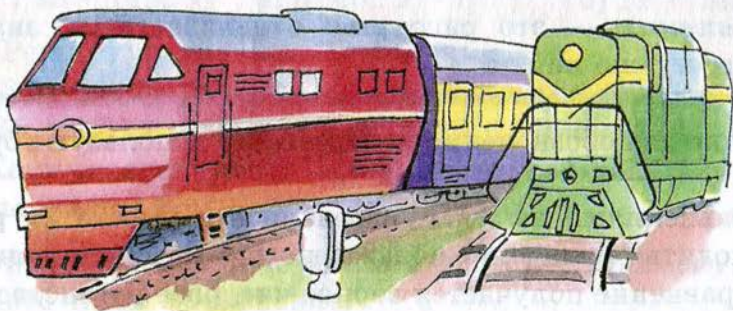
349. При решении задачи укажите, какую из следующих формул скорости в ней можно примерить:

$$v_{\text{сбл}} = v_1 + v_2; v_{\text{сбл}} = v_1 - v_2; v_{\text{уд}} = v_1 + v_2; v_{\text{уд}} = v_1 - v_2.$$

1) Два мотоциклиста выехали навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми 232 км. Скорость одного из мотоциклистов 62 км/ч, а скорость другого 54 км/ч. Через сколько часов мотоциклисты встретятся?

2) Всадник выезжает из пункта A и едет со скоростью 12 км/ч; в то же время из пункта B , отстоящего от A на 24 км, со скоростью 4 км/ч выходит пешеход. Оба движутся в одном направлении. На каком расстоянии от B всадник догонит пешехода?

3) От станции в одном направлении отправляются два поезда, один со скоростью 60 км/ч, а другой — 70 км/ч. Какое расстояние будет между поездами через 3 ч?



4) От станции в противоположных направлениях отправляются два поезда. Скорость пассажирского поезда 70 км/ч, а скорость товарного 40 км/ч. Через сколько часов расстояние между поездами будет 440 км?

350. Какую из формул скорости при движении по реке вы будете использовать при ответе на вопрос задачи:

$$v_{\text{по теч}} = v_{\text{собст}} + v_{\text{теч}}; v_{\text{против теч}} = v_{\text{собст}} - v_{\text{теч}}?$$

1) Собственная скорость катера 18 км/ч. Скорость течения реки 2 км/ч. С какой скоростью катер будет идти по озеру? С какой скоростью катер будет двигаться по течению реки? С какой скоростью катер будет двигаться против течения реки?

2) Скорость теплохода в стоячей воде равна 23 км/ч. Скорость течения реки 3 км/ч. Какой путь пройдет теплоход за

3 ч по течению реки? Какой путь пройдет теплоход против течения реки за то же время?

3) Сколько времени потребуется моторной лодке, чтобы проплыть 90 км вниз по реке, если скорость движения лодки по озеру равна 20 км/ч, а скорость течения реки 2 км/ч?

4) На реке расстояние между двумя причалами 36 км. Сколько времени потратит моторная лодка на путь от одного причала до другого и обратно, если ее собственная скорость 10 км/ч, а скорость течения реки 3 км/ч?

Часто буквами обозначают неизвестные величины и получают *уравнения*.

Уравнение — это равенство с неизвестным, значение которого нужно найти.

Обычно для обозначения неизвестного используют буквы x , y или z .

С уравнениями вы уже встречались и умеете их решать, т. е. находить то значение неизвестного, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство. Такое значение неизвестного называют *корнем уравнения*.

Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что корней нет.

Правило чтения уравнений

При чтении уравнений, как и при чтении равенств, левая часть уравнения читается в именительном падеже, а правая — в родительном. Напомним, что названия букв x , y , z — мужского рода, а остальных латинских букв — среднего рода. Названия букв в математике не склоняются.

Например, $x = 5$ читается «икс равен пяти»,

$a = 7$ — «а равно семи»,

$x + 4 = 7$ — «сумма икс и четырех равна семи».

351. 1) Прочитайте и решите уравнение:

- а) $x + 16 = 32$; г) $0 \cdot x = 5$; ж) $(25 - 25) : z = 1$;
б) $y - 83 = 100$; д) $z \cdot 23 = 46$; з) $x : 15 = 45$;
в) $0 : z = 0$; е) $25 : y = 25$; и) $(13 - 13) : y = 0$.

2) Назовите уравнения, которые:

- а) имеют один корень;
б) не имеют корней;
в) имеют более одного корня.

352. Зная, что частное чисел 4640 и 145 равно 32, назовите корень уравнения:

- 1) $145 \cdot x = 4640$; 3) $z \cdot 32 = 4640$; 5) $y - 7 = 32 \cdot 145$;
2) $y : 32 = 145$; 4) $4640 : z = 145$; 6) $2x = 4640 : 145$.

353. 1) Решите уравнение:

- а) $23 \cdot 12 + 23 \cdot 18 = x$; в) $25x + 46x = 213$;
б) $(35 + 25) \cdot x = 300$; г) $56x - 27x = 232$.

2) Какими свойствами арифметических действий вы пользовались?

354. Найдите неизвестное число и сделайте проверку, подставив это число в уравнение:

- 1) $a + 2546 = 3764$; 4) $2898 : d = 23$;
2) $46\,789 - b = 5788$; 5) $x : 540 = 360$;
3) $c \cdot 345 = 43\,815$; 6) $y - 7127 = 835$.

355. 1) Найдите:

- а) неизвестный делитель, если 52 208 — делимое, а 502 — частное;
б) неизвестное слагаемое, если второе слагаемое равно 875 347, а сумма 900 003;
в) неизвестный множитель, если произведение равно 63 315, а известный множитель равен 27;
г) неизвестное уменьшаемое, если известно, что разность равна 7 600 083, а вычитаемое — 59 995.

2) Какими свойствами арифметических действий вы пользовались в каждом из заданий?

356. Решите уравнение:

- 1) $(x + 36) \cdot 10 = 1130$; 4) $1022 - (34x - 5895) = 15$;
 2) $21 \cdot x + 349 = 832$; 5) $(x + 296) \cdot 84 = 9758 + 16\,114$;
 3) $x : 12 + 524 = 1000$; 6) $1971 : x - 439 = (234 \cdot 109) : 117$.

357. Игра «Отгадывайте число».

- 1) Задумали число, увеличили его на 34 и получили 72. Найдите задуманное число.
 2) Задумали число, уменьшили его в 2 раза, результат увеличили на 24 и получили 90. Какое число задумали?
 3) Придумайте аналогичную задачу и предложите ее своему соседу по парте.

358. По схеме, изображенной на рисунке 110, запишите уравнение и решите его.

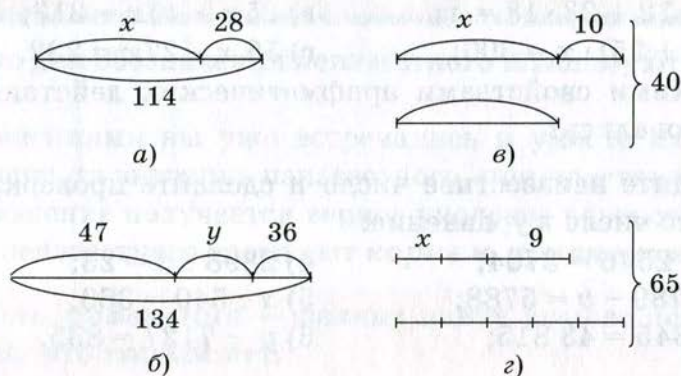


Рис. 110

Уравнения можно использовать при решении различных задач.

З а д а ч а. Маршрут длиной 50 км турист прошел за два дня. В первый день он прошел на 10 км больше, чем во второй. Сколько километров прошел турист во второй день?

Р е ш е н и е. Обозначим искомое число километров буквой x . В первый день турист прошел на 10 км больше, чем во второй, т. е. $x + 10$ (км). За два дня турист прошел $x + 10 + x$ (км), что составляет 50 км. Получаем уравнение $x + 10 + x = 50$.

Решаем это уравнение. $x + 10 + x = 50$, $2x + 10 = 50$, $2x = 50 - 10$, $2x = 40$, $x = 20$.

Записываем о т в е т. Во второй день турист прошел 20 км.

359. Решите задачу двумя способами:

а) по вопросам;

б) составляя уравнение.

1) Трое рыбаков поймали 64 окуня и стали варить уху. Когда один рыбак дал 6 окуней, другой 8, а третий — 5, то окуней у них осталось поровну. Сколько окуней поймал каждый рыбак?

2) Свитер, шапку и шарф связали из 1 кг 200 г шерсти. На шарф потребовалось на 100 г шерсти больше, чем на шапку, и на 400 г меньше, чем на свитер. Сколько шерсти израсходовали на каждую вещь?

3) Боковая сторона равнобедренного треугольника на 13 см больше его основания. Периметр прямоугольника равен 68 см. Найдите стороны треугольника.

4) Периметр прямоугольника равен 114 дм, а его ширина меньше длины на 9 дм. Найдите стороны прямоугольника.

360. Решите задачу, составляя уравнение.

1) Сумма трех чисел равна 72. Каждое следующее число на 12 больше предыдущего. Найдите эти числа.

2)● Сумма двух чисел равна 58, а их разность 4. Найдите эти числа.

361. Объясните, как составлено уравнение к задаче.

1) Расстояние между двумя пешеходами, идущими навстречу друг другу, 720 м. Скорость одного из них на 8 м/мин больше скорости другого. Найдите скорости пешеходов, если известно, что они встретились через 6 мин.

Р е ш е н и е.

$$6x + 6(x + 8) = 720.$$

	v (м/мин)	t (мин)	s (м)
1-й пешеход	x	6	$6x$
2-й пешеход	$x + 8$	6	$6(x + 8)$
			$\left. \begin{array}{l} 6x \\ 6(x + 8) \end{array} \right\} 720$

2) Расстояние между двумя железнодорожными станциями 385 км. С этих станций навстречу друг другу выехали поезда. Первый поезд вышел раньше второго на 2 ч и двигался со скоростью 53 км/ч. Через 3 ч после выхода второго поезда они встретились. Найдите скорость второго поезда.

Решение.

$$53(2 + 3) + 3x = 385.$$

	v (км/ч)	t (ч)	s (км)
1-й поезд	53	2 + 3	$\left. \begin{array}{l} 53(2 + 3) \\ 3x \end{array} \right\} 385$
2-й поезд	x	3	

362. 1) Постройте три угла, в сумме образующие развернутый угол, так, чтобы первый был в 2 раза больше второго, а третий в 3 раза больше первого.

2) Постройте смежные углы, если известно, что один из них в 5 раз меньше другого.

Задачи на смекалку

363. 1) Поезд длиной 450 м проходит мост за 35 с, а мимо дежурного по станции — за 15 с. Найдите скорость поезда и длину моста.

2) Поезд проходит мост длиной 450 м за 45 с, а мимо светофора — за 15 с. Найдите длину поезда и его скорость.

364. Отгадайте ребус.



365. Сумма уменьшаемого, вычитаемого и разности равна 2008. Найдите уменьшаемое.

Контрольные вопросы и задания

1. Запишите формулу площади поверхности прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны a , b , c . Найдите ее при $a = 5$ см, $b = 2$ дм, $c = 3$ дм 4 см.
2. Решите уравнение $(x + 37) : 2 \cdot 5 = 105$.
3. Решите задачу, составляя уравнение. Мальчиков в пятом классе на три человека больше, чем девочек. Сколько девочек в классе, если всего в нем 25 школьников?

Доли и дроби

Вы уже встречались с *долями*, которые образуются при делении *целого* на равные части. Так, например, при делении целого на 7 равных частей получаются седьмые доли, при делении на две равные части получаются вторые доли (их называют *половинами*), при делении на три равные части — третьи доли (*трети*), а при делении на четыре — четвертые доли (*четверти*).

366. Ответьте на вопросы.

- 1) Как по-другому назвать: четвертую часть часа; одну из двух равных частей яблока; сотую часть метра?
- 2) Сколько сантиметров содержится:
 - а) в половине метра;
 - б) в четверти метра;
 - в) в сотой части километра?
- 3) Сколько минут:
 - а) в трети часа; б) в половине часа; в) в четверти часа?
- 4) Чему равна одна сотая часть:
 - а) метра; б) килограмма; в) рубля?
- 5) Как зависит размер одной части от количества частей, на которые делят целое?

367. На вопрос: «Который час?» можно услышать следующие ответы:

- 1) половина первого;
- 2) четверть второго;
- 3) без четверти три.

Как иначе можно ответить на этот вопрос?



Рис. 111

368. Назовите время, которое показывают часы (рис. 111), используя слова «половина» и «четверть».

369. Назовите отрезки на рисунке 112, которые равны:



Рис. 112

- | | |
|----------------------------|--------------------------------|
| 1) половине отрезка AB ; | 3) четверти отрезка AB ; |
| 2) трети отрезка AB ; | 4) шестой части отрезка AB . |

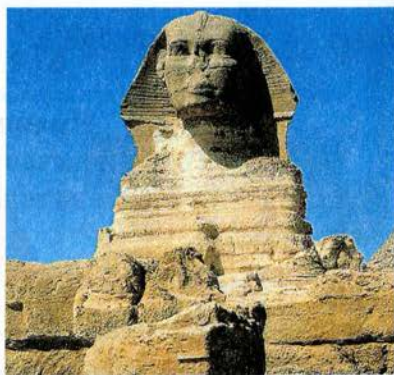
370. Известно, что $MN = 6$ см.

- | | |
|--|--------------------------------|
| 1) Изобразите в тетради отрезок, равный: | |
| а) половине отрезка MN ; | в) четверти отрезка MN ; |
| б) трети отрезка MN ; | г) шестой части отрезка MN . |
| 2) Сравните полученные части отрезка. | |

371. Изобразите в тетради отрезок, пятой частью которого является отрезок PQ , если: 1) $PQ = 2$ см; 2) $PQ = 1$ см.

372. 1) Высота сфинкса равна пятидесятой части километра. Найдите высоту сфинкса.

2) Площадь Северного Ледовитого океана $14\,750\,000$ км². В зимний период десятая часть его площади не покрывается льдом. Вычислите площадь Северного Ледовитого океана, которая не покрывается льдом.



- 3) Сколько стоит книга, если седьмая часть ее цены составляет 23 рубля.
- 4) Напечатав 17 страниц, машинистка выполнила четверть своей работы. Сколько страниц ей осталось напечатать?
- 5) Урок длится 45 мин. Продолжительность первой перемены составляет девятую часть урока, второй перемены — третью часть урока. Во сколько раз вторая перемена длиннее первой?
- 6) Куртка стоит 300 р. Сколько будет стоить куртка после увеличения ее цены на сотую долю?

Отрезок AF (рис. 113) состоит из двух третьих долей отрезка AB , а отрезок AM из четырех третьих долей отрезка AB . Таким образом, длина AF равна двум третьим долям, а длина AM равна четырем третьим долям длины AB .



Рис. 113

Величину, состоящую из одной или нескольких долей, обычно указывают в виде **дроби**.

Дробь состоит из горизонтальной черты, под чертой записывается число долей, на которые делилось (дробилось) целое — **знаменатель дроби**, а над чертой записывается, сколько таких долей было взято — **числитель дроби**.

Так, *две трети* записывается в виде дроби $\frac{2}{3}$, *треть* — в виде дроби $\frac{1}{3}$, *три четверти* — в виде дроби $\frac{3}{4}$, *семь пятых* — в виде дроби $\frac{7}{5}$.

Правило чтения дробей

Числитель — количественное числительное женского рода (одна, две). Знаменатель — порядковое числительное (вторая, третья).

Образец чтения:

$\frac{1}{2}$ — одна вторая, $\frac{2}{3}$ — две третьих, $\frac{4}{5}$ — четыре пятых.

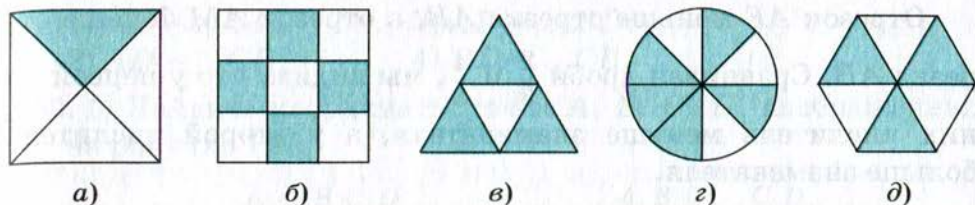


Рис. 114

373. На рисунке 114 закрашены части фигур. Для каждой фигуры запишите дробью, какая ее часть закрашена. Замените дроби соответствующими буквами и прочитайте получившееся слово, если известно, что:

$$\text{Б} - \frac{3}{6}; \text{О} - \frac{3}{4}; \text{Р} - \frac{4}{9}; \text{В} - \frac{5}{8}; \text{Д} - \frac{1}{4}.$$

374. 1) Запишите дробью, какая часть фигуры закрашена на рисунке 115.

2) Прочитайте записанные дроби.

375. Начертите квадрат со стороной 4 см.

1) Закрасьте: а) $\frac{3}{4}$ квадрата; б) $\frac{6}{8}$ квадрата.

2) Объясните, как вы рассуждали при закрашивании квадрата.

3) Найдите площади закрашенных частей квадрата.

Разговор о дробях мы начали с отрезков AF , AB и AM (рис. 113). С помощью дробей мы можем записать соотношение между их длинами: $AF = \frac{2}{3}AB$, $AM = \frac{4}{3}AB$.

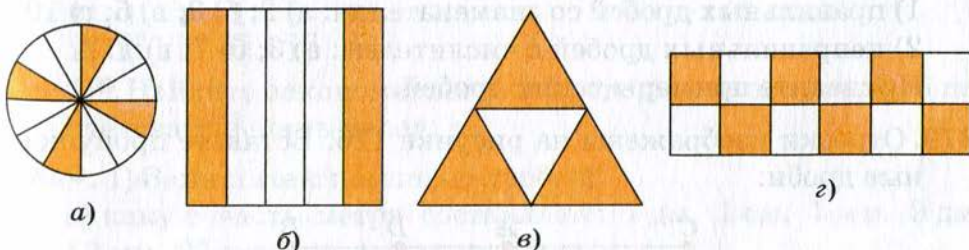


Рис. 115

Отрезок AF меньше отрезка AB , а отрезок AM больше отрезка AB . Сравнивая дроби $\frac{2}{3}$ и $\frac{4}{3}$, мы видим, что у первой из них числитель меньше знаменателя, а у второй числитель больше знаменателя.

Если числитель дроби меньше знаменателя, то ее называют *правильной*, а если числитель дроби больше или равен знаменателю — то *неправильной*.

376. 1) Запишите дробь:

- | | |
|------------------------|--------------------------------|
| а) одна десятая; | д) одиннадцать двадцать пятым; |
| б) три восьмых; | е) двадцать три сотых; |
| в) девять двенадцатых; | ж) семнадцать одиннадцатых; |
| г) шесть шестых; | з) две тысячных. |

2) Сколько из записанных дробей оказались неправильными?

377. 1) Изобразите в тетради отрезок AB длиной в 12 тетрадных клеток. Отметьте на прямой AB точки K, L, M, N, P и R так, чтобы:

- | | | |
|----------------------------|---------------------------|---------------------------|
| а) $AK = \frac{1}{12}AB$; | в) $AM = \frac{2}{3}AB$; | д) $AP = \frac{5}{6}AB$; |
| б) $AL = \frac{1}{3}AB$; | г) $AN = \frac{4}{3}AB$; | е) $AR = \frac{7}{6}AB$. |

2) Как вы думаете, почему одни дроби назвали правильными, а другие неправильными?

378. Сколько существует:

- 1) правильных дробей со знаменателем: а) 2; б) 3; в) 5; г) 10;
- 2) неправильных дробей с числителем: а) 3; б) 7; в) 11?

Приведите примеры таких дробей.

379. Отрезки изображены на рисунке 116. Вставьте пропущенные дроби:



Рис. 116

$$1) AB = \dots CD; \quad 3) AD = \dots BD;$$

$$2) AD = \dots CD; \quad 4) BD = \dots CB.$$

380. 1) Найдите координаты точек A, B, C, D , изображенных на рисунке 117.



Рис. 117

2) Постройте координатный луч так, чтобы на нем было удобно отметить точки: $M\left(\frac{1}{7}\right), N\left(\frac{5}{7}\right), K\left(\frac{9}{7}\right)$.

381. 1) При каких значениях x дробь $\frac{9}{x}$ будет:

а) правильной; б) неправильной?

2) При каких значениях x дробь $\frac{x}{13}$ будет правильной,

а дробь $\frac{8}{x}$ неправильной?

382●. 1) Сравните доли:

а) $\frac{1}{7}$ и $\frac{1}{8}$;

в) $\frac{1}{4852}$ и $\frac{1}{4851}$;

б) $\frac{1}{101}$ и $\frac{1}{110}$;

г) $\frac{1}{1010}$ и $\frac{1}{1001}$.

2) Сформулируйте правило сравнения долей.

383. 1) Расположите в порядке убывания числа:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{11}, \frac{1}{5}, \frac{1}{14}, \frac{1}{17}, \frac{1}{8}.$$

2)● Найдите закономерность и продолжите полученную последовательность чисел.

384○. 1) Запишите с помощью дробей:

а) какую часть метра составляют: 1 дм, 1 см, 1 мм, 9 дм, 52 мм, 27 см;

б) какую часть рубля составляют: 1 к., 7 к., 27 к., 110 к.;

в) какую часть года составляют: 1 месяц, 7 месяцев, 12 месяцев, 13 месяцев;

г) какую часть часа составляют: 1 мин, 3 мин, 67 мин;

д) какую часть суток составляют: 1 ч, 7 ч, 13 ч, 24 ч.

2) Разбейте полученные дроби на две группы: правильные и неправильные дроби.

385. Три килограмма конфет разделили поровну между семьёю участниками экскурсии.

1) Какую часть всех конфет получил каждый экскурсанта?

2) Какую часть килограмма получил каждый экскурсанта?

3) Сколько граммов конфет получил каждый экскурсанта?

386. Папа дал Алеше 12 карандашей и сказал: «Подари сестре

$\frac{3}{4}$ карандашей — она чаще рисует». Сколько карандашей

Алеша должен подарить сестре?

Алеша нарисовал схему к задаче.

Затем записал решение:

1) $12 : 4 = 3$ (к.);

2) $3 \cdot 3 = 9$ (к.).

О т в е т: 9 карандашей.

Ответьте на вопросы.

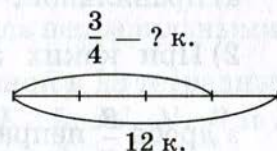
1) Что обозначает весь отрезок на схеме?

2) Почему отрезок разбит на 4 части?

3) Почему на схеме отмечены 3 части?

4) Что Алеша нашёл в первом действии?

5) Что Алеша нашёл во втором действии?



387. 1) Найдите:

а) $\frac{1}{10}$ км;	г) $\frac{1}{100}$ в.;	ж) $\frac{1}{1000}$ т;
б) $\frac{3}{5}$ м;	д) $\frac{2}{3}$ ч;	з) $\frac{3}{10}$ ц;
в) $\frac{3}{2}$ дм;	е) $\frac{4}{3}$ мин;	и) $\frac{5}{4}$ км.

2)● По какому правилу задания распределены в строки и столбцы?

3)● Сформулируйте правило нахождения дроби от целого.

388○. 1) Математический диктант занял $\frac{2}{9}$ времени урока.

Сколько минут пошло на математический диктант, если весь урок длился 45 мин?

2) В математическом тесте было 10 заданий. Ученик правильно выполнил $\frac{4}{5}$ всего теста. Какую оценку получит ученик, если за 9 правильно выполненных заданий выставляется отметка «5», за 7 заданий — отметка «4», за 5 заданий — «3»?

389. 1) Укажите на рисунке 118 отрезок:

а) половиной длины которого является длина отрезка KL ;

б) четвертью длины которого является длина отрезка KL ;

в) третью длины которого является длина отрезка KL .

2) Какой из названных отрезков самый короткий?

Ответ обоснуйте.

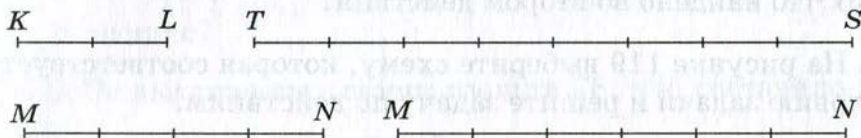


Рис. 118

390. Длина отрезка CD равна 3 см. Найдите длину отрезка MN , если:

1) $CD = \frac{1}{2}MN$;

4) $CD = \frac{3}{5}MN$;

2) $CD = \frac{1}{3}MN$;

5) $CD = \frac{4}{3}MN$;

3) $CD = \frac{2}{3}MN$;

6) $CD = \frac{5}{3}MN$.

391. Найдите число, если известно, что:

- | | |
|-------------------------------------|----------------------------------|
| 1) $\frac{1}{9}$ его часть равна 7; | 4) $\frac{3}{5}$ числа равны 9; |
| 2) $\frac{1}{7}$ его часть равна 8; | 5) $\frac{2}{7}$ числа равны 10; |
| 3) $\frac{2}{3}$ числа равны 6; | 6) $\frac{9}{7}$ числа равны 18. |

392. У Маши имеется 15 наклеек, что составляет $\frac{3}{5}$ числа наклеек Лены.

Сколько наклеек у Лены?

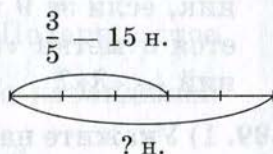
Решение.

1) $15 : 3 = 5$ (н.); 2) $5 \cdot 5 = 25$ (н.).

О т в е т: 25 наклеек.

Ответьте на вопросы.

- 1) Что обозначает весь отрезок?
- 2) Почему отрезок разбит на 5 частей?
- 3) Почему на схеме отмечены 3 части?
- 4) Что найдено в первом действии?
- 5) Что найдено во втором действии?



393. На рисунке 119 выберите схему, которая соответствует условию задачи и решите задачу по действиям.

1) В школе за день съели $\frac{3}{5}$ всех фруктов. Сколько килограммов фруктов съели в школе, если закуплено было 150 кг?

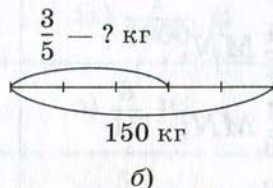
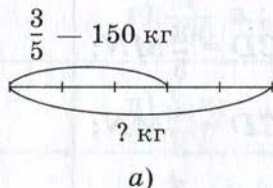


Рис. 119

2) В школе за день съели $\frac{3}{5}$ всех фруктов, что составило 150 кг. Сколько килограммов фруктов было закуплено школой?

394°. 1) Когда прозвенел звонок, учитель раздал 15 тетрадей, что составило $\frac{3}{5}$ от всего количества тетрадей. Сколько тетрадей учителю осталось раздать?

2) В электрический чайник налили 400 мл воды, заполнив $\frac{2}{9}$ его объема. Сколько литров воды вмещает чайник?

3) После продажи $\frac{3}{5}$ всех яблок в магазине их оставалось еще 100 кг. Сколько килограммов яблок продали? Сколько килограммов яблок было завезено в магазин?

4) Почтальон прошел 6 км, что составило $\frac{2}{3}$ всего его маршрута. Сколько километров осталось пройти почтальону?

5) Взошло $\frac{7}{8}$ от всех 56 высаженных семян. Сколько семян не взошло?

6) Из высаженных семян взошли 78, что составило $\frac{6}{7}$ всех высаженных семян. Сколько семян не взошло?

395°. Длина отрезка LK составляет $\frac{5}{3}$ от длины отрезка MN . Какой частью длины отрезка LK является длина отрезка MN ?

396°. Лев Толстой как-то заметил, что человек — это дробь, числитель которой — то, что думают о нем другие, а знаменатель — что думает о себе он сам. Как вы считаете, какой дробью, правильной или неправильной, лучше быть? А вы себя какой дробью считаете?

Задачи на смекалку

397. Известно, что ткань после стирки садится по длине на $\frac{1}{16}$ часть и по ширине на $\frac{1}{15}$ часть. Какой длины надо взять отрез ткани шириной 90 см, чтобы после стирки площадь ткани стала 378 м^2 ?



398. Найдите закономерность в представленной последовательности записи дробей и допишите следующие две дроби:

1) $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{6}; \frac{7}{8}; \dots$; 2) $\frac{1}{2}; \frac{2}{3}; \frac{3}{4}; \frac{4}{5}; \dots$; 3) $\frac{1}{2}; \frac{3}{4}; \frac{5}{8}; \frac{7}{16}; \dots$

399. **Задача-шутка.** Найдите какую-нибудь правильную дробь, которая не изменится, если в числителе и знаменателе числа перевернуть «вверх ногами».

Контрольные вопросы и задания

- Если у дроби поменять местами числитель и знаменатель, как изменится:
 - правильная дробь;
 - неправильная дробь?
- Сколько в половине содержится:
 - четвертей;
 - десятых;
 - восьмых;
 - сотых?
- В классе 28 учеников, $\frac{3}{7}$ из них составляют мальчики. Сколько девочек в классе?
 - Побелили 20 деревьев, что составило $\frac{5}{7}$ числа всех деревьев сада. Сколько деревьев в саду?

Сложение и вычитание дробей с равными знаменателями. Умножение дробей на натуральное число

Рассмотрим отрезки AF , AB и FM (рис. 120).

С помощью дробей можно выразить длины отрезков AF и FM через длину отрезка AB :

$$AF = \frac{2}{5}AB, FM = \frac{4}{5}AB.$$

Найдем теперь длину отрезка AM , равную сумме длин отрезков AF и FM .

$$AM = AF + FM = \frac{2}{5}AB + \frac{4}{5}AB.$$

Первое слагаемое суммы состоит из двух пятых долей отрезка AB , а второе — из четырех пятых, значит, отрезок AM состоит из шести пятых отрезка AB .

$$\frac{2}{5}AB + \frac{4}{5}AB = \frac{2+4}{5}AB = \frac{6}{5}AB.$$

400. 1) Заполните пропуски, выразив длину одного отрезка через длину другого (рис. 121):

- | | |
|----------------------|----------------------|
| а) $KC = \dots CD$; | д) $DM = \dots CD$; |
| б) $KM = \dots CD$; | е) $CD = \dots KM$; |
| в) $MN = \dots CD$; | ж) $KM = \dots MN$; |
| г) $CN = \dots CD$; | з) $KM = \dots CK$. |

2) Поставьте вместо многоточий отрезки, чтобы получились верные равенства:

- | | |
|-----------------------------------|-----------------------------------|
| а) $CM = \dots + \dots$; | д) $CN = \dots - \dots$; |
| б) $MD = \dots + \dots$; | е) $KM = \dots - \dots$; |
| в) $CN = \dots + \dots + \dots$; | ж) $CK = \dots - \dots - \dots$; |
| г) $KD = \dots + \dots + \dots$; | з) $CN = \dots + \dots - \dots$. |

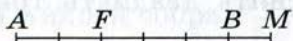


Рис. 120

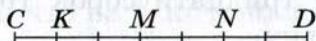


Рис. 121

3) В полученных равенствах выразите длины отрезков через длину отрезка CD .

Мы говорили, что при измерении различных величин сначала выбирается единица измерения. Приняв на рисунке 120 длину отрезка AB за единицу, мы получим, что длина отрезка AF равна двум пятым единицы или просто числу $\frac{2}{5}$. Соответственно, $FM = \frac{4}{5}$ и $AM = \frac{6}{5}$. Тогда $\frac{2}{5} + \frac{4}{5} = \frac{6}{5}$, и мы получаем правило сложения дробей с равными знаменателями.

Правило сложения дробей с равными знаменателями

При сложении дробей с равными знаменателями их числители складываются, а знаменатель остается прежним.

Рассуждая аналогичным образом, получим, что

$$AF = AM - FM = \frac{6}{5} - \frac{4}{5} = \frac{6-4}{5} = \frac{2}{5}.$$

Правило вычитания дробей с равными знаменателями вы можете сформулировать самостоятельно, а объединенное правило сложения и вычитания дробей с равными знаменателями легко записать в буквенной форме:

$$\frac{a}{d} + \frac{b}{d} - \frac{c}{d} = \frac{a + b - c}{d}.$$

401. 1) Запишите выражение и найдите его значение:

- сумма пяти шестнадцатых и одиннадцати шестнадцатых;
- разность двадцати семи сотых и девятнадцати сотых;
- к тридцати двум пятьдесят третьим прибавить восемнадцать пятьдесят третьих;
- из сорока трех семидесятых вычесть двадцать шесть семидесятых;
- от тридцати сорок третьих отнять двадцать три сорок третьих.

2) Сформулируйте правила чтения дробных выражений.

402. 1) Запишите в буквенной форме правило сложения двух дробей с равными знаменателями. Сформулируйте это правило.

2) Вычислите устно:

а) $\frac{1}{7} + \frac{5}{7}$; б) $\frac{3}{13} + \frac{7}{13}$; в) $\frac{9}{28} + \frac{21}{28}$; г) $\frac{8}{57} + \frac{39}{57}$; д) $\frac{72}{101} + \frac{19}{101}$.

3) Как вы думаете, какая из сумм «лишняя»?

403. 1) Запишите в буквенной форме правило вычитания дробей с равными знаменателями. Сформулируйте это правило.

2) Вычислите устно:

а) $\frac{7}{9} - \frac{5}{9}$; б) $\frac{11}{15} - \frac{8}{15}$; в) $\frac{53}{60} - \frac{27}{60}$; г) $\frac{99}{100} - \frac{99}{100}$; д) $\frac{390}{607} - \frac{250}{607}$.

3) Как вы думаете, какая из разностей «лишняя»?

404. Найдите координаты точек M и N на рисунке 122.



Рис. 122

405●. За единичный отрезок координатного луча принят отрезок длиной 15 см. Найдите длину отрезка AB , если $A\left(\frac{1}{3}\right)$, $B\left(\frac{4}{3}\right)$.

406. Найдите значение выражения:

1) $\frac{687}{1000} + \frac{593}{1000}$; 3) $\frac{392}{567} - \frac{199}{567}$; 5) $\frac{193}{207} + \frac{391}{207} - \frac{215}{207}$;
2) $\frac{281}{389} + \frac{555}{389}$; 4) $\frac{902}{1000} - \frac{573}{1000}$; 6) $\frac{504}{777} - \frac{237}{777} + \frac{369}{777}$.

407. 1) Андрей собрал $\frac{3}{5}$ кг грибов, что на $\frac{2}{5}$ кг меньше, чем собрал Максим. Сколько килограммов грибов собрали ребята?

2) До обеда на сканере скопировали $\frac{3}{11}$ рукописи, а после обеда $\frac{4}{11}$ рукописи. Какую часть рукописи скопировали за день? Какую часть рукописи осталось скопировать?

408. 1) В мешке 50 кг сахара. На варенье израсходовали $\frac{3}{5}$ всего сахара, а на компоты — $\frac{1}{5}$ всего сахара. Сколько килограммов сахара осталось в мешке?

2) В ателье по пошиву одежды на костюмы пошло 24 м ткани, что составило $\frac{2}{7}$ всей ткани, а на пальто израсходовали $\frac{3}{7}$ всей ткани. Сколько метров ткани осталось?

409. 1) Запишите уравнение и решите его:

а) сумма икс и тринадцати семнадцатых равна шестнадцати семнадцатых;

б) разность игрек и одиннадцати пятнадцатых равна двум пятнадцатым.

2) Сформулируйте правило чтения уравнений с дробями.

410. Решите уравнение:

1) $x + \frac{6}{11} = \frac{9}{11};$

3) $\bullet \left(x + \frac{2}{17} \right) - \frac{5}{17} = \frac{12}{17};$

2) $x - \frac{7}{15} = \frac{9}{15};$

4) $\bullet \frac{25}{36} - \left(\frac{11}{36} - x \right) = \frac{17}{36}.$

Вы знаете, что сумма одинаковых натуральных чисел — это произведение одного из них на число слагаемых. Точно также сумма одинаковых дробей — это произведение одной из этих дробей на их количество в сумме:

$$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2}{7} \cdot 5.$$

По правилу сложения дробей с равными знаменателями в левой части равенства получается

$$\frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} + \frac{2}{7} = \frac{2+2+2+2+2}{7} = \frac{2 \cdot 5}{7}.$$

Значит, $\frac{2}{7} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{7}$. Это приводит нас к правилу.

Правило умножения дроби на натуральное число

При умножении дроби на натуральное число ее числитель умножают на это число, а знаменатель оставляют прежним.

$$\frac{a}{b} \cdot n = \frac{an}{b}.$$

411. 1) Увеличьте каждую из следующих дробей в 2 раза:

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{7}, \frac{14}{19}, \frac{5}{4}, \frac{5}{6}, \frac{7}{10}, \frac{13}{18}.$$

2) Увеличьте каждую из следующих дробей в 3 раза:

$$\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}, \frac{3}{10}, \frac{2}{7}, \frac{5}{11}, \frac{5}{23}, \frac{7}{29}, \frac{13}{12}.$$

412. Найдите число, которое больше числа $\frac{3}{8}$:

1) в 2 раза; 2) в 3 раза; 3) в 5 раз.

413. Решите уравнение:

$$1) x : 10 = \frac{2}{23};$$

$$4) x : 42 = \frac{38}{73} - \frac{29}{73};$$

$$2) x : 13 = \frac{5}{67};$$

$$5) x : 2 = \frac{11}{17} - \left(\frac{3}{17} + \frac{5}{17} \right);$$

$$3) x : 23 = \frac{5}{85} + \frac{17}{85};$$

$$6) x : 3 = \frac{15}{23} - \left(\frac{13}{23} - \frac{5}{23} \right).$$

414. Найдите значение выражения:

$$1) a - bc, \text{ если } a = \frac{56}{59}, b = \frac{7}{59}, c = 8;$$

$$2) kd + ml, \text{ если } k = \frac{6}{79}, d = 5, m = \frac{7}{79}, l = 7.$$

415●. 1) Турист каждый день проходит $\frac{3}{12}$ всего маршрута. Пройдет ли турист весь маршрут:

а) за 3 дня;

б) за 4 дня?

2) Оператор за один день может на-

брать $\frac{4}{17}$ текста рукописи. Успеет ли она набрать всю руко-

пись: а) за 4 дня; б) за 5 дней?

3) По расписанию автобус должен был идти 3 ч со скоростью 57 км/ч. Из-за проводившихся по пути следования автобуса дорожных работ за первый час он прошел $\frac{2}{9}$ всего пути, а за второй час — в 2 раза больше. Сколько километров ему осталось пройти за третий час?

4) В классе 34 ученика. Гимнастикой занимаются $\frac{2}{17}$ всех учащихся класса, на лыжную секцию ходит в 3 раза больше учеников. Никто из учеников, занимающихся гимнастикой, не посещает занятий лыжной секции. Сколько учеников класса не посещают ни секцию гимнастики, ни лыжную секцию?



416. Найдите:

1) периметр треугольника, если его стороны равны $\frac{3}{11}$, $\frac{2}{11}$

и $\frac{5}{11}$ м;

2) периметр равностороннего треугольника, если его сторона составляет $\frac{11}{17}$ дм;

3) периметр квадрата со стороной $\frac{3}{8}$ дм;

4) периметр прямоугольника со сторонами $\frac{11}{13}$ и $\frac{7}{13}$ м;

- 5) площадь прямоугольника со сторонами 2 и $\frac{4}{5}$ см;
 6) объем прямоугольного параллелепипеда, ребра которого равны 3, 2 и $\frac{3}{4}$ дм.

417. Найдите число, которое:

- 1) на $\frac{2}{19}$ больше, чем $\frac{9}{19}$; 3) в 5 раз больше, чем $\frac{7}{9}$;
 2) на $\frac{56}{119}$ меньше, чем $\frac{72}{119}$; 4) в 10 раз больше, чем $\frac{13}{17}$.

418. Запишите четыре дроби, первая из которых равна:

- 1) $\frac{2}{59}$, а каждая следующая на $\frac{17}{59}$ больше предыдущей;
 2) $\frac{162}{163}$, а каждая следующая на $\frac{28}{163}$ меньше предыдущей;
 3) $\frac{3}{5}$, а каждая следующая в 2 раза больше предыдущей.

419. В пустые клетки вставьте дроби так, чтобы получился магический квадрат с суммой чисел $\frac{15}{17}$ по вертикали, горизонтали и диагонали.

$\frac{2}{17}$	$\frac{9}{17}$	
	$\frac{5}{17}$	
$\frac{6}{17}$		

Задачи на смекалку

420. Угадайте закономерность в порядке записи чисел и запишите следующие две дроби:

- 1) $\frac{1}{12}; \frac{2}{12}; \frac{3}{12}; \dots$; 2) $\frac{2}{19}; \frac{4}{19}; \frac{8}{19}; \dots$; 3) $\frac{17}{23}; \frac{14}{23}; \frac{11}{23}; \dots$.

421. На одной чаше весов лежит головка сыра, а на другой — $\frac{4}{5}$ такой же головки и еще $\frac{2}{5}$ кг. Сколько весит головка сыра?



422. Как изменится величина дроби, если к числителю прибавить знаменатель, а знаменатель оставить тем же?

423. Найдите все значения x , при которых будет верным неравенство $\frac{1}{7} \leq \frac{x}{7} - \frac{2}{7} < \frac{5}{7}$.

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте правила действий с дробями:

1) $\frac{a}{d} + \frac{b}{d} = \frac{a+b}{d}$; 2) $\frac{a}{d} - \frac{b}{d} = \frac{a-b}{d}$; 3) $\frac{a}{b} \cdot n = \frac{an}{b}$.

2. Решите уравнение $x : 4 = \frac{17}{19} - \frac{9}{19} + \frac{6}{19}$.

3. В первый день мастер выполнил $\frac{3}{10}$ всей работы, а во второй день — в 2 раза больше, чем в первый. Успел ли мастер выполнить задание за 2 дня?

14

Треугольники

В большинстве геометрических задач речь, так или иначе, заходит о треугольниках.

Проведя диагональ BD в прямоугольнике $ABCD$ (рис. 123), мы получим два прямоугольных треугольника ABD и CDB .

Равенство этих треугольников позволяет сделать вывод о том, что площадь каждого из них в 2 раза меньше площади прямоугольника.

$$S_{ABD} = \frac{S_{ABCD}}{2} = \frac{AB \cdot AD}{2}.$$

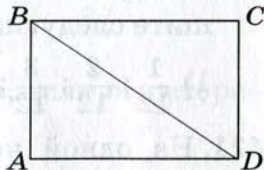


Рис. 123

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.

424. Найдите площадь треугольника ABD , изображенного на рисунке 123, если:

- 1) $AB = 12$ см, $AD = 2$ м 16 см;
- 2) $AB = 5$ дм 7 см, $AD = 21$ дм 2 см.

425. Найдите площади фигур, изображенных на рисунке 124.

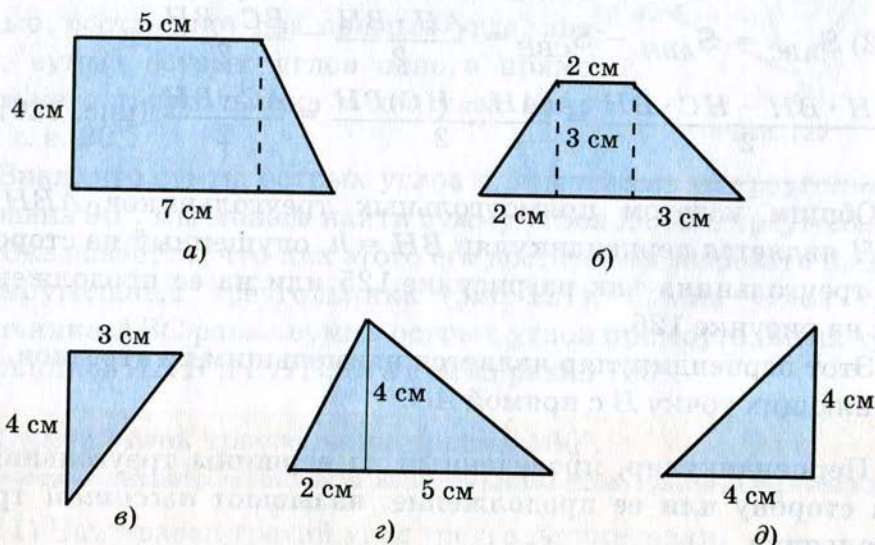


Рис. 124

Площадь любого треугольника можно найти, представляя ее в виде суммы (рис. 125) или разности (рис. 126) площадей соответствующих прямоугольных треугольников.

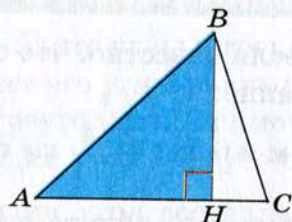


Рис. 125

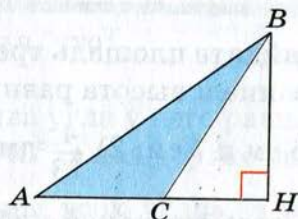


Рис. 126

426●. Какие соображения позволяют переходить от одного выражения к другому в следующих цепочках равенств?

$$1) S_{ABC} = S_{ABH} + S_{CBH} = \frac{AH \cdot BH}{2} + \frac{HC \cdot BH}{2} =$$

$$= \frac{AH \cdot BH + HC \cdot BH}{2} = \frac{(AH + HC)BH}{2} = \frac{AC \cdot BH}{2} \quad (\text{рис. 125}).$$

$$2) S_{ABC} = S_{ABH} - S_{CBH} = \frac{AH \cdot BH}{2} - \frac{BC \cdot BH}{2} =$$

$$= \frac{AH \cdot BH - HC \cdot BH}{2} = \frac{(AH - HC)BH}{2} = \frac{AC \cdot BH}{2} \quad (\text{рис. 126}).$$

Общим катетом прямоугольных треугольников ABH и CBH является перпендикуляр $BH = h$, опущенный на сторону AC треугольника как на рисунке 125 или на ее продолжение как на рисунке 126.

Этот перпендикуляр является наименьшим из отрезков, соединяющих точку B с прямой AC .

Перпендикуляр, проведенный из вершины треугольника на сторону или ее продолжение, называют *высотой* треугольника.

Сторону, к которой проводится перпендикуляр, часто называют **основанием** треугольника. Используя понятия основания и высоты, можно сформулировать следующий вывод.

Площадь треугольника равна половине произведения его основания на высоту.

427. Найдите площадь треугольника, если известно, что его основание и высота равны соответственно:

1) 5 см и 7 см; 2) $\frac{4}{13}$ дм и 3 дм; 3) $\frac{3}{5}$ м и 6 дм; 4) $\frac{4}{11}$ см и 8 см.

428. Постройте какой-нибудь треугольник и найдите его площадь.

429. Один из катетов прямоугольного треугольника больше другого на 5 см, а сумма катетов равна 19 см. Найдите площадь этого треугольника.

Острые углы двух прямоугольных треугольников, на которые прямоугольник на рисунке 123 разрезается своей диагональю, составляют два прямых угла, значит, сумма острых углов одного прямоугольного треугольника в два раза меньше, т. е. 90° .

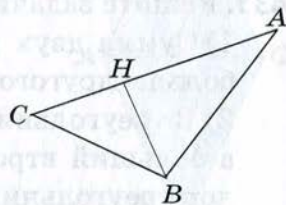


Рис. 127

Зная, что сумма острых углов прямоугольного треугольника равна 90° , мы можем найти сумму углов любого треугольника. Оказывается, что для этого его достаточно разрезать на два прямоугольных треугольника (рис. 127). Сумма углов треугольника ABC равна сумме острых углов прямоугольных треугольников AHB и CHB . Эта сумма равна 180° .

Сумма углов треугольника равна 180° .

430. 1) Чему равен третий угол треугольника, если:

- а) один угол треугольника равен 48° , другой — 59° ;
- б) один угол треугольника равен 20° , другой в 2 раза больше;
- в) один угол треугольника составляет $\frac{2}{9}$, другой — $\frac{1}{9}$ суммы всех трех углов.

2) Каким, остроугольным, прямоугольным или тупоугольным, является полученный треугольник?

431. Найдите углы в треугольнике, зная, что:

- 1) все его углы равны;
- 2) треугольник прямоугольный и два угла у него равны;
- 3) один угол в треугольнике равен 40° , а два другие равны;
- 4) один угол составляет $\frac{2}{9}$ от суммы всех углов, а второй в 2 раза больше первого.

432. Существует ли треугольник с углами:

- | | | |
|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|
| 1) $30^\circ; 60^\circ; 90^\circ$; | 3) $45^\circ; 45^\circ; 90^\circ$; | 5) $67^\circ; 28^\circ; 86^\circ$; |
| 2) $60^\circ; 60^\circ; 60^\circ$; | 4) $2^\circ; 79^\circ; 99^\circ$; | 6) $45^\circ; 27^\circ; 81^\circ$? |

433. Решите задачи, составляя уравнение.

1) Сумма двух углов треугольника равна 80° , один из них больше другого на 20° . Найдите все углы треугольника.

2) В треугольнике средний из углов вдвое больше меньшего, а больший втрое больше меньшего. Найдите величины углов треугольника.

3) Найдите величины углов треугольника, если известно, что второй угол в 2 раза больше первого, а третий — больше первого на 60° .

4) Найдите величины углов треугольника, если известно, что один угол на 30° меньше второго и на 20° меньше третьего.

5) Найдите величины углов треугольника, если известно, что второй угол составляет $\frac{4}{9}$ от первого угла и на 10° меньше третьего.

434. Практическая работа.

1) Начертите: а) четырехугольник; б) пятиугольник.

2) Найдите сумму углов построенной фигуры.

Равные прямоугольные треугольники, из которых состоит прямоугольник, можно сложить иначе (рис. 128 и 129).

На рисунке 128 получился равнобедренный треугольник, а на рисунке 129 — четырехугольник, который своей диагональю BD делится на два равнобедренных треугольника. Равнобедренный треугольник похож на греческую букву Δ — *дельта*, поэтому такой четырехугольник называют *дельтоидом*.

Наиболее часто нам будет встречаться дельтоид, составленный из двух равных равнобедренных треугольников (рис. 130). Такой дельтоид имеет собственное имя — *ромб*. Все стороны такого четырехугольника равны между собой.

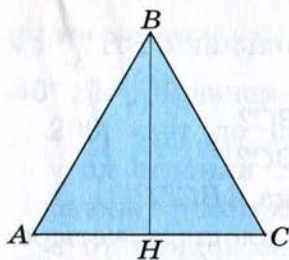


Рис. 128

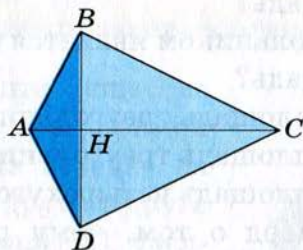


Рис. 129

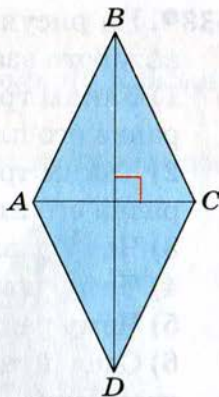


Рис. 130

Четырехугольник, все стороны которого равны между собой, называется ромбом.

435. Прямоугольник разрезали по его диагоналям и из получившихся треугольников сложили два квадрата. Каким был исходный прямоугольник?

436. Посмотрите на рисунок 128.

1) Что вы можете сказать об углах, на которые высота BH делит угол B этого треугольника?

2) Чем является точка H для основания треугольника ABH ?

3) Что можно сказать об углах, прилежащих к основанию равнобедренного треугольника?

4) Найдите величины углов равнобедренного треугольника, если известно, что угол при основании составляет $\frac{1}{6}$ от угла между боковыми сторонами.

437●. Посмотрите на рисунок 129.

Какие углы образуются при пересечении диагоналей дельтоида?

438●. На рисунке 131 изображен четырехугольник, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

- 1) Каким треугольником является треугольник ABH ? Чему равна его площадь?
- 2) Каким треугольником является треугольник CBH ? Чему равна его площадь?
- 3) Чему равна площадь треугольника ABC ?
- 4) Чему равна площадь треугольника ADC ?
- 5) Чему равна площадь четырехугольника $ABCD$?
- 6) Сделайте вывод о том, чему равна площадь четырехугольника, диагонали которого взаимно перпендикулярны.

439●. Одна диагональ ромба на 15 см больше другой, а их сумма равна 93 см. Найдите площадь этого ромба.

С прямоугольным треугольником связана одна из самых знаменитых теорем геометрии — *теорема Пифагора*. Греческое слово **теорема** означает доказанное утверждение. Теорема Пифагора задает соотношение между катетами a и b и гипотенузой c прямоугольного треугольника. Докажем ее.

На следующих двух рисунках квадрат со стороной $a + b$ разрезан на части двумя способами (рис. 132). Если убрать из каждого квадрата по четыре равных белых треугольника, то площади оставшихся частей квадратов будут равны. На первом рисунке останется квадрат со стороной c , а на втором — два квадрата со сторонами a и b . Значит, $c^2 = a^2 + b^2$.

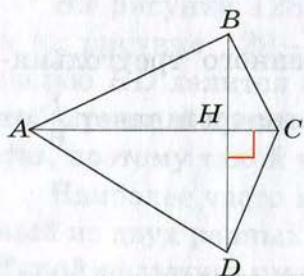


Рис. 131

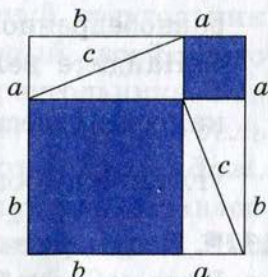
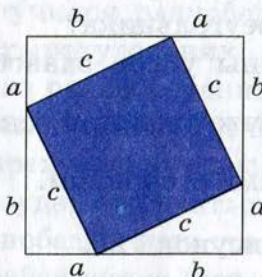


Рис. 132

Теорема Пифагора

Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов.

440●. В Древнем Египте еще за 2000 лет до нашей эры прямой угол строили так. На веревке на равных расстояниях друг от друга и от концов завязывали 11 узлов. Затем концы веревки связывали так, чтобы образовавшийся узел оказался на таком же расстоянии от соседних с ним. Веревку растягивали, держа за узелки так, что между первым и вторым растягивающим было 2 узелка, а между вторым и третьим — три узелка. Построением прямых углов занимались специалисты *гарпедонапты* — натягиватели веревок, которые не посвящали в тайну построения прямого угла посторонних египтян.



- 1) Сколько узелков было между первым и третьим растягивающим?
- 2) Если расстояние на натянутой веревке между двумя соседними узелками равно 1 м, то какова длина веревки с узелками?
- 3) Каковы длины сторон получившегося треугольника?
- 4) Проверьте, равна ли сумма квадратов двух из сторон этого треугольника квадрату его третьей стороны.

441●. Используя теорему Пифагора, докажите, что гипотенуза длиннее катета.

Только у прямоугольных треугольников сумма квадратов двух сторон равна квадрату третьей стороны.

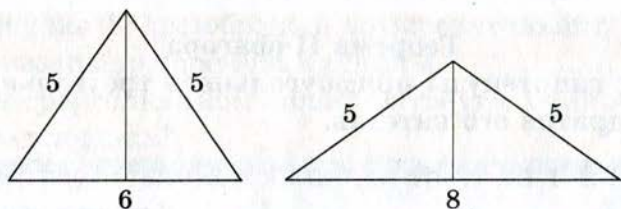


Рис. 133

442. 1) Проверьте, являются ли прямоугольными треугольниками треугольники со сторонами:

- а) 5 см, 12 см, 13 см; б) 6 см, 8 см, 10 см.

2) Найдите периметр и площадь треугольников. В чем особенность данных треугольников?

443●. Разность катетов прямоугольного треугольника равна 3 см, а их сумма в 7 раз больше. Найдите площадь и периметр этого треугольника.

444●. Не вычисляя площадей треугольников со сторонами 5, 5, 6 и 5, 5, 8, определите, взглянув на рисунок 133, равны ли их площади.

Задачи на смекалку

445. Постройте квадрат, прямоугольник и прямоугольный треугольник, площади которых равны 16 см^2 , а длины сторон выражаются натуральным числом в сантиметрах. Сравните их периметры.

446. Треугольник разрезали так, как показано на рисунке 134. Какую из фигур, изображенных на рисунке 135, нельзя составить из полученных частей?

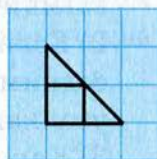
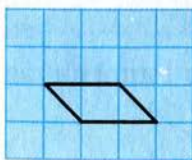
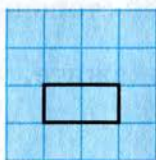


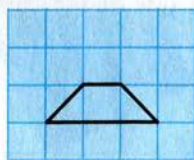
Рис. 134



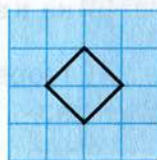
а)



б)



в)



г)



д)

Рис. 135

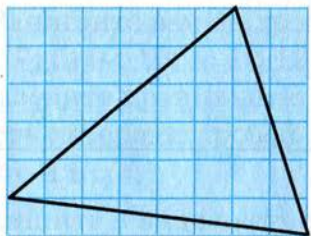


Рис. 136

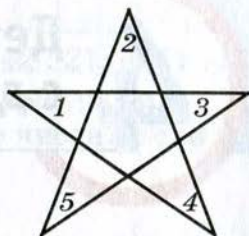


Рис. 137

447. Найдите площадь треугольника, изображенного на рисунке 136.
448. Разрежьте тупоугольный треугольник на остроугольные так, чтобы не осталось лишних частей.
449. Найдите сумму пронумерованных углов пятиконечной звезды (рис. 137).
450. Начертите квадрат и покажите, как его разрезать на две неравные части так, чтобы из них можно было сложить треугольник. Какую часть от площади квадрата составляет площадь большей из полученных частей?

Контрольные вопросы и задания

1. Чему равна сумма острых углов в прямоугольном треугольнике?
2. Найдите площадь треугольника с основанием 5 см и высотой $\frac{8}{9}$ см.
3. Найдите углы треугольника, если известно, что второй угол составляет $\frac{3}{10}$ первого угла, а третий на 20° больше второго.
4. Почему прямоугольный треугольник со сторонами 3, 4 и 5 называют *египетским*?

15

Дробь как результат деления
натуральных чисел

Деление яблока на три равные части приводит к дроби $\frac{1}{3}$. Если делить десять яблок, можно разделить на 3 каждое яблоко — получится 30 частей по $\frac{1}{3}$ яблока, и каждому из троих любителей яблок достанется по 10 таких частей, т. е. по $\frac{10}{3}$ яблока.

Деление десяти яблок на три равные части привело нас к дроби $\frac{10}{3}$.

Математика имеет дело не с конкретными предметами (яблоками, апельсинами, конфетами и т. п.), а с числами. Математики говорят, что при делении числа десять на число три получается *дробь* — десять *третьих*, и пишут $10 : 3 = \frac{10}{3}$.

При делении числа a на число b получается дробь $\frac{a}{b}$.

$$a : b = \frac{a}{b}.$$

Черта дроби означает то же самое, что и знак деления «:», и используется в математике даже чаще него.

451. 1) Запишите в виде дроби частное:

а) $3 : 7$; б) $9 : 10$; в) $1 : 12$; г) $47 : 1$; д) $42 : 21$; е) $51 : 51$.

2) Назовите правильные и неправильные дроби.

3) Есть ли среди дробей натуральные числа? Если есть, назовите их.

452. Запишите в виде частного дробь:

1) $\frac{25}{27}$; 2) $\frac{13}{100}$; 3) $\frac{431}{341}$; 4) $\frac{121}{121}$; 5) $\frac{a}{b}$; 6) $\frac{k}{t}$.

453. Найдите неизвестное число x :

1) $\frac{3000}{100} = x$; 3) $\frac{56}{x} = 28$; 5) $\frac{x}{98} = 0$;

2) $\frac{x}{6} = 9$; 4) $\frac{x}{12} = 10$; 6) $\frac{71}{x} = 1$.

454. 1) Сравните числа:

а) $\frac{5}{5}$ и 1; в) $\frac{16}{17}$ и 1; д) $\frac{4}{5}$ и $\frac{5}{4}$;

б) $\frac{7}{6}$ и 1; г) $\frac{34}{34}$ и $\frac{99}{99}$; е) $\frac{1}{2}$ и 0.

2)● Сформулируйте определение правильной дроби, сравнивая ее с единицей.

3)● Сформулируйте определение неправильной дроби, сравнивая ее с единицей.

4) Сформулируйте вывод о сравнении правильной дроби с неправильной.

455. 1) При каких значениях d дробь $\frac{d}{10}$ будет:

а) правильной; б) неправильной?

2) При каких значениях d дробь $\frac{7}{d}$ будет:

а) правильной; б) неправильной?

3)● При каких значениях d дробь $\frac{d}{10}$ будет правильной,

а дробь $\frac{7}{d}$ — неправильной?

456. Вставьте пропущенные числа:

1) $1 = \frac{12}{\dots}$;

5) $2 + \frac{5}{13} = \frac{\dots}{13}$;

2) $3 = \frac{\dots}{4}$;

6) $10 + \frac{6}{7} = \frac{\dots}{7}$;

3) $9 = \frac{\dots}{100}$;

7) $\frac{23}{11} = \dots \frac{\dots}{11}$;

4) $12 = \frac{\dots}{11}$;

8) $\frac{300}{15} = \dots$.

457. Решите уравнение:

1) $\frac{x}{7} = 12$;

4) $\frac{y - 12}{31} = 5$;

2) $\frac{56}{y} = 8$;

5) $\frac{2z + 32}{17} = 10$;

3) $\frac{x + 5}{21} = 10$;

6) $\frac{81}{2x + 3} = 9$.

Чтобы разделить десять яблок на троих, совсем не обязательно было разрезать каждое яблоко. Разумнее было раздать по три целых яблока, а затем десятое яблоко разрезать на три части. Тогда каждому досталось бы по три целых яблока и еще по $\frac{1}{3}$ яблока, т. е. $\frac{10}{3} = 3 + \frac{1}{3}$.

Выражение $3 + \frac{1}{3}$ является суммой натурального числа и правильной дроби. Обычно такие суммы называют **смешанными числами** и записывают сокращенно, пропуская знак «+» между *целой* и *дробной частями*:

$$3 + \frac{1}{3} = 3\frac{1}{3} \text{ (читается: три целых и одна треть).}$$

В начале пункта при делении 10 на 3 получилась дробь $\frac{10}{3}$. Теперь этот же результат мы записали в виде смешанного числа $3\frac{1}{3}$, т. е. $\frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$.

458. Запишите числа:

- 1) числитель дроби триста один, знаменатель триста двадцать пять;
- 2) двенадцать восемнадцатых;
- 3) одна целая и три четвертых;
- 4) двадцать три целых и пять восьмых.

459. На координатном луче отмечены точки (рис. 138). Запишите координаты точек неправильными дробями и смешанными числами.

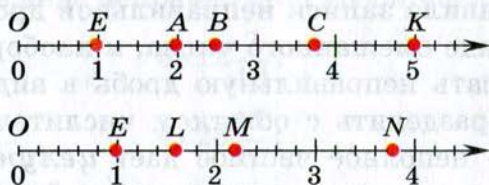


Рис. 138

460. Начертите координатный луч, приняв за единичный отрезок 6 клеток тетради. Отметьте на координатном луче точки: $T\left(1\frac{1}{3}\right)$, $S\left(2\frac{5}{6}\right)$, $R\left(2\frac{1}{2}\right)$, $P\left(\frac{19}{6}\right)$.

461. Скажите, между какими последовательными натуральными числами заключено число:

- 1) $1\frac{2}{3}$;
- 2) $5\frac{16}{17}$;
- 3) $32\frac{21}{23}$;
- 4) $99\frac{52}{100}$.

462. Представьте смешанное число в виде суммы его целой и дробной частей:

- 1) $2\frac{3}{8}$;
- 2) $12\frac{9}{10}$;
- 3) $1\frac{17}{19}$;
- 4) $8\frac{3}{25}$.

463. Без каких знаков «+» можно обойтись в выражениях:

- 1) $\frac{5}{9} + \frac{3}{9}$;
- 2) $3 + \frac{7}{9}$;
- 3) $3 + 2 + \frac{1}{9}$;
- 4) $1 + \frac{2}{9} + 3 + \frac{3}{9}$;
- 5) $\bullet 2 + \frac{5}{3}$;
- 6) $\bullet 4 + \frac{7}{7}$?

464. Выпишите и прочитайте все смешанные числа, у которых целая часть равна 5, а знаменатель дробной части равен 6.

С делением 10 на 3 вы встречались еще задолго до знакомства с дробями. Это действие называлось *делением с остатком*. При делении 10 на 3 получается **неполное частное**, равное 3, и **остаток**, равный 1, что записывается следующим образом:

$$10 : 3 = 3 \text{ (ост. 1).}$$

Правила записи неправильной дроби в виде смешанного числа, и наоборот

Чтобы записать неправильную дробь в виде смешанного числа, нужно разделить числитель дроби на ее знаменатель — неполное частное дает **целую часть** смешанного числа, а остаток — числитель его **дробной части**.

Например, $31 : 7 = 4 \text{ (ост. 3)}$, значит, $\frac{31}{7} = 4\frac{3}{7}$.

Чтобы записать смешанное число в виде дроби — знаменатель дробной части смешанного числа умножают на целую часть, прибавляют числитель дробной части и записывают результат в числитель.

Например, $4\frac{3}{7} = \frac{7 \cdot 4 + 3}{7} = \frac{31}{7}$.

465. Замените равенством неправильной дроби и смешанного числа запись деления с остатком:

1) $22 : 5 = 4 \text{ (ост. 2)}$;

2) $24 : 7 = 3 \text{ (ост. 3)}$;

3) $46 : 8 = 5 \text{ (ост. 6)}$;

4) $131 : 12 = 10 \text{ (ост. 11)}$.

466. Вставьте вместо многоточия пропущенное число:

1) $\frac{57}{8} = 7\frac{1}{\dots}$;

4) $\frac{47}{7} = \dots\frac{5}{7}$;

7) $6\frac{3}{4} = \dots$;

2) $\frac{17}{5} = 3\frac{\dots}{5}$;

5) $9\frac{\dots}{\dots} = \frac{59}{6}$;

8) $\frac{17}{3} = \dots\frac{\dots}{\dots}$.

3) $4\frac{2}{3} = \frac{\dots}{3}$;

6) $5\frac{\dots}{8} = \frac{43}{\dots}$;

467. 1) Представьте в виде смешанного числа неправильную дробь:

а) $\frac{8}{7}$;

в) $\frac{43}{13}$;

д) $\frac{1785}{100}$;

б) $\frac{15}{10}$;

г) $\frac{276}{23}$;

е) $\frac{7061}{321}$.

2) Назовите целую и дробную части полученного смешанного числа.

468. Запишите в виде неправильной дроби числа:

1) $1\frac{2}{7}$;

3) $12\frac{7}{10}$;

5) $53\frac{31}{40}$;

2) $2\frac{9}{11}$;

4) $23\frac{17}{28}$;

6) $50\frac{23}{111}$.

469. Выразите:

1) в часах: а) 2 ч 37 мин; б) 43 мин; в) 1 сут 5 ч 13 мин;

2) в километрах: а) 7 км 137 м; б) 21 км 701 м; в) 503 м.

470. Устно решите уравнение:

1) $2\frac{3}{7} + x = 2\frac{3}{7}$;

3) $7\frac{1}{3} - z = 7\frac{1}{3}$;

5) $\frac{x}{8} = 7\frac{3}{8}$;

2) $5\frac{12}{13} - y = 0$;

4) $x + \frac{5}{9} = 4\frac{5}{9}$;

6) $\frac{x}{3} = 11\frac{2}{3}$.

471. Решите уравнение:

1) $\frac{x + 58}{31} = 186$;

3) $\frac{2379 - x}{17} + 202 = 300$;

2) $2 + \frac{180}{x - 11} = 22$;

4) $\frac{2x - 168}{15} - 12 = 58$.

472. Решите задачу и запишите ответ в виде смешанного числа.

1) Из 6 м ткани сшили 4 одинаковых школьных костюма. Сколько метров ткани пошло на один костюм?

2) В школе за 5 дней ученики съели 123 кг хлеба. Сколько килограммов хлеба съедают в школе за день?

3) За 3 ч машинистка напечатала 76 страниц. Сколько страниц машинистка печатает за 1 ч?

4) Каждый из пяти членов семьи использует в день $\frac{3}{10}$ пачки чая в пакетиках. Сколько таких пачек чая нужно семье на один день?

5) На 9 пальто пошло 50 м ткани. Сколько метров ткани потребуется на 3 таких пальто?

6) Автобус за 5 ч проходит 312 км. Сколько километров проедет автобус за 7 ч?

7) Ежемесячный бюджет семьи Кузнецовых составляет 11 501 р. Сколько рублей приходится на каждого из четырех членов семьи в месяц?

473. Какое число нужно вставить в пустую клетку, чтобы сумма всех чисел была равна 10?

1)

$1\frac{1}{5}$	$2\frac{2}{5}$
$3\frac{3}{5}$	

2)

$\frac{2}{11}$	
$2\frac{4}{11}$	$4\frac{6}{11}$

3)

$\frac{12}{13}$	$\frac{29}{13}$
	$\frac{55}{13}$

474. Расположите в порядке возрастания числа:

- 1) $2\frac{5}{6}, \frac{17}{81}, \frac{48}{24}, 4\frac{1}{7}, 2\frac{1}{2}$; 2) $\frac{224}{18}, \frac{1427}{234}, \frac{513}{93}, \frac{975}{117}$.

475. Найдите закономерность и вставьте пропущенные числа:

1) $\frac{1}{2}, 1, 1\frac{1}{2}, \dots, 2\frac{1}{2}$;

2) $\frac{1}{7}, \dots, 2\frac{3}{7}, 3\frac{4}{7}, 4\frac{5}{7}$;

3) $\frac{2}{3}, 1\frac{1}{3}, 2, \dots, 3\frac{1}{3}, 4$.

476. Найдите закономерность и запишите следующие два числа:

1) $9\frac{8}{9}, 8\frac{8}{9}, 7\frac{8}{9}, \dots$;

4) $\frac{6}{3}, \frac{12}{4}, \frac{20}{5}, \frac{30}{6}, \dots$;

2) $5\frac{1}{5}, \frac{27}{5}, 5\frac{3}{5}, \dots$;

5) $1\frac{1}{7}, \frac{15}{7}, 3\frac{1}{7}, \frac{29}{7}, \dots$;

3) $1\frac{1}{2}, 2\frac{2}{3}, 3\frac{3}{4}, \dots$;

6) $\frac{9}{8}, \frac{18}{8}, \frac{27}{8}, \dots$.

Задачи на смекалку

477. Заполните пустые клетки так, чтобы получить наибольший из возможных остатков $6\square : 17 = \square$ (ост. $\square\square$)?

478. На кондитерской фабрике в каждую коробку шоколадных конфет вкладывают талон. За 10 накопленных талонов покупателю бесплатно выдается коробка конфет. Какую часть стоимости коробки составляет стоимость одного талона?

479. От полудня до настоящей минуты прошло $\frac{13}{48}$ сут. Какой теперь час?

480. Как разделить 4 л молока, которое находится в кувшине, между двумя друзьями поровну при условии, что у них имеются из посуды только два пустых кувшина: один, вмещающий $2\frac{1}{2}$ л, и другой, вмещающий $1\frac{1}{2}$ л?



Контрольные вопросы и задания

1. Запишите равенство $(a + b) : c = a : c + b : c$, заменив знак деления дробной чертой. Сформулируйте правило деления суммы на число.
2. Запишите неправильную дробь $\frac{123}{13}$ в виде смешанного числа.
3. Запишите смешанное число $2\frac{7}{15}$ в виде неправильной дроби.

Деление дроби на натуральное число. Основное свойство дроби

К правилу умножения дроби на натуральное число мы пришли, складывая несколько одинаковых дробей. Например,

$$\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{10}{3}.$$

Этот же результат можно получить и из чисто практических соображений. При делении двух яблок на троих каждому достается по $\frac{2}{3}$ яблока. Если бы яблок, например, было в 5 раз больше ($2 \cdot 5 = 10$), то каждому досталось бы больше в 5 раз, т. е. $\frac{2 \cdot 5}{3} = \frac{2}{3} \cdot 5$.

Увеличение числителя дроби в несколько раз приводит к увеличению дроби во столько же раз.

Рассмотрим еще одну ситуацию. Пусть, например, 10 яблок делят не на троих, а на девятих ($9 = 3 \cdot 3$). При увеличении числа любителей яблок доля каждого уменьшается. Поскольку претендентов на яблоки стало в 3 раза больше, то доля каждого в 3 раза уменьшилась, т. е. $\frac{10}{3} : 3 = \frac{10}{9} = \frac{10}{3 \cdot 3}$. Это приводит нас к правилу деления дроби на натуральное число.

Правило деления дроби на натуральное число

При делении дроби на натуральное число ее знаменатель умножают на это число.

$$\frac{a}{b} : m = \frac{a}{bm}.$$

481●. Покажите с помощью отрезков, что значит:

- 1) увеличить дробь $\frac{3}{5}$ в 2 раза;
- 2) уменьшить дробь $\frac{3}{5}$ в 2 раза.

482. Как изменится дробь:

- 1) $\frac{5}{9}$, если ее числитель умножить на 2;
- 2) $\frac{4}{5}$, если ее числитель разделить на 2;
- 3) $\frac{1}{3}$, если ее знаменатель умножить на 2;
- 4) $\frac{1}{10}$, если ее знаменатель разделить на 2?

483●. 1) Как увеличить число $\frac{5}{6}$ в 3 раза?

2) Как уменьшить число $\frac{10}{11}$ в 5 раз?

484. Разделите устно центральное число на числа, записанные в кружочках (рис. 139).

485. Найдите значение выражения:

- 1) $\frac{5}{13} : 3 + \frac{2}{39} \cdot 2$;
- 2) $\frac{7}{33} \cdot 5 + \frac{2}{11} : 3$;
- 3) $\left(\frac{20}{23} + \frac{26}{23}\right) : 2$;
- 4) $\left(\frac{67}{10} - \frac{17}{10}\right) : 5$.

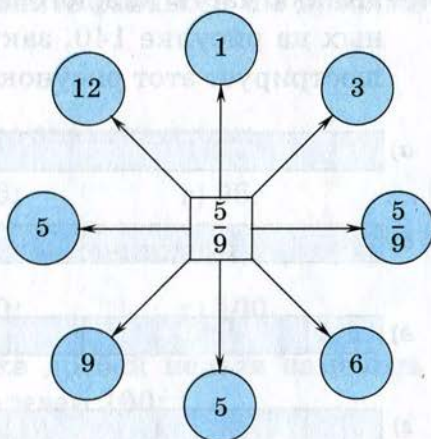


Рис. 139

486. Как изменится дробь, если:

- 1) ее числитель умножить на 2;
- 2) ее знаменатель умножить на 4;
- 3)● ее числитель умножить на 4, а знаменатель умножить на 2;
- 4)● ее числитель и знаменатель умножить на 3?

Если сначала числитель дроби умножить на 3, то дробь в 3 раза увеличится, если же затем умножить на 3 и ее знаменатель, то дробь в 3 раза уменьшится, т. е. в итоге она не изменится!

Основное свойство дроби

При умножении числителя и знаменателя дроби на одно и то же натуральное число величина дроби не изменяется.

$$\frac{a}{b} = \frac{an}{bn}.$$

Это свойство дроби настолько часто используется в математике, что его называли **основным**.

487. Какая часть каждого из прямоугольников, представленных на рисунке 140, закрашена? Какое свойство дроби иллюстрирует этот рисунок?

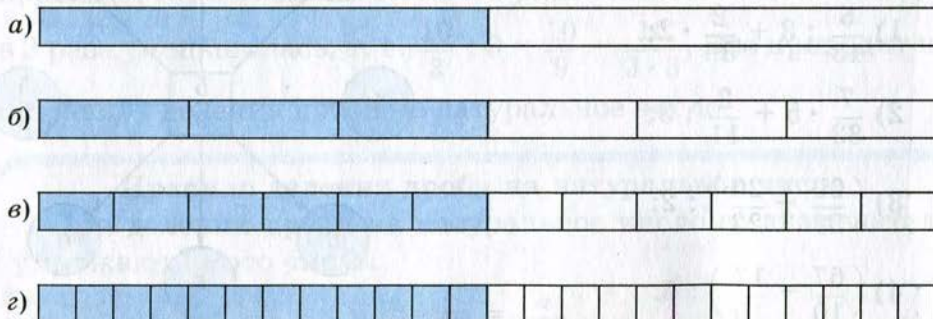


Рис. 140

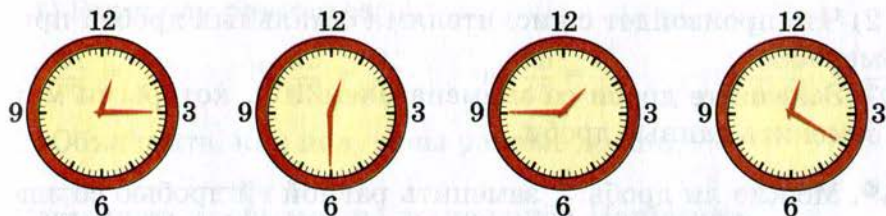


Рис. 141

488. С помощью модели часов (рис. 141) объясните равенство дробей:

1) $\frac{1}{4} = \frac{3}{12} = \frac{15}{60}$;

3) $\frac{3}{4} = \frac{9}{12} = \frac{45}{60}$;

2) $\frac{1}{2} = \frac{6}{12} = \frac{30}{60}$;

4) $\frac{1}{3} = \frac{4}{12} = \frac{20}{60}$.

489. Верны ли равенства:

1) $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$;

2) $\frac{3}{5} = \frac{30}{50}$;

3) $\frac{3}{13} = \frac{15}{65}$;

4) $\frac{7}{10} = \frac{70}{100}$?

Объясните, как получены равные дроби.

490. Числа 1, 2, 3, 4, 5, 6 замените равными им дробями со знаменателем: 1) 9; 2) 11.

491°. Числа $\frac{1}{2}$, $1\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $3\frac{1}{4}$, $5\frac{1}{2}$ замените равными им дробями со знаменателем: 1) 8; 2) 100.

492. 1) Представьте $\frac{3}{4}$ в виде дроби со знаменателем:

а) 8;

б) 20;

в) 36;

г) 96.

2) Представьте $\frac{2}{5}$ в виде дроби со знаменателем:

а) 15;

б) 35;

в) 80;

г) 100.

493°. 1) Какие из следующих ниже дробей нельзя заменить равными им дробями со знаменателем 100:

$\frac{1}{2}$; $\frac{3}{4}$; $\frac{2}{5}$; $\frac{5}{6}$; $\frac{7}{8}$; $\frac{3}{10}$; $\frac{9}{20}$; $\frac{11}{25}$; $\frac{17}{50}$; $\frac{20}{55}$?

2) Что произойдет с числителями остальных дробей при замене?

3) Запишите дроби со знаменателем 100, которыми можно заменить данные дроби.

494●. Можно ли дробь $\frac{5}{6}$ заменить равной ей дробью со знаменателем:

1) 12;

2) 15;

3) 600;

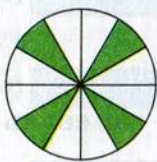
4) 31?

Если и числитель, и знаменатель некоторой дроби делятся на одно и то же натуральное число, то дробь можно упростить, или, как говорят в математике, *сократить* на это число. Так, например, мы можем сократить дробь $\frac{48}{60}$, разделив ее числитель и знаменатель на 12. При этом получим $\frac{4}{5}$. Действительно, умножив числитель и знаменатель дроби $\frac{4}{5}$ на 12, мы вернемся к исходной дроби $\frac{48}{60}$. Значит, по основному свойству дроби

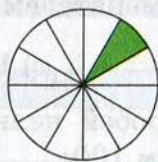
$$\frac{48}{60} = \frac{4}{5}.$$

Дроби, которые можно сократить, называют *сократимыми*.

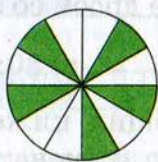
495. На каком из кругов, представленных на рисунке 142, закрашенная часть составляет одну треть?



а)



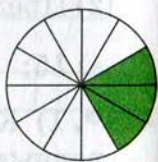
б)



в)



г)



д)

Рис. 142

496. 1) Верны ли равенства:

а) $\frac{44}{77} = \frac{4}{7}$; б) $\frac{42}{63} = \frac{6}{9}$; в) $\frac{35}{45} = \frac{7}{9}$; г) $\frac{530}{1000} = \frac{53}{100}$?

2) Объясните, как получены равные дроби.

Сокращать дробь можно постепенно. Например,

$$\frac{24}{120} = \frac{12}{60} = \frac{4}{20} = \frac{1}{5}.$$

497. Сократите, если возможно, следующие дроби:

1) $\frac{2}{4}$; $\frac{18}{27}$; $\frac{4}{8}$; $\frac{6}{15}$; $\frac{21}{16}$; $\frac{10}{14}$; $\frac{12}{21}$; $\frac{12}{16}$; $\frac{3}{9}$; $\frac{9}{12}$; $\frac{16}{21}$; $\frac{18}{24}$;

2) $\frac{20}{16}$; $\frac{8}{5}$; $\frac{12}{60}$; $\frac{15}{131}$; $\frac{32}{128}$; $\frac{140}{22}$; $\frac{7}{140}$; $\frac{144}{12}$; $\frac{35}{84}$; $\frac{35}{15}$;

3) $\frac{42}{32}$; $\frac{36}{84}$; $\frac{43}{98}$; $\frac{90}{75}$; $\frac{27}{63}$; $\frac{51}{85}$; $\frac{63}{42}$; $\frac{17}{100}$; $\frac{20}{36}$; $\frac{100}{250}$.

498. Запишите в виде смешанного числа, по возможности сократив, дробь:

1) $\frac{12}{8}$; 3) $\frac{210}{147}$; 5) $\frac{720}{600}$;

2) $\frac{30}{25}$; 4) $\frac{430}{26}$; 6) $\frac{660}{420}$.

499. Вставьте пропущенные числа:

1) $\frac{5}{8} = \frac{25}{\dots}$; 3) $\frac{11}{12} = \frac{55}{\dots}$; 5) $\frac{8}{19} = \frac{\dots}{57}$;

2) $\frac{\dots}{52} = \frac{6}{13}$; 4) $\frac{12}{\dots} = \frac{4}{27}$; 6) $\frac{\dots}{100} = \frac{3}{10}$.

500. Замените дроби $\frac{7}{12}$; $\frac{19}{48}$; $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{17}{24}$; $\frac{5}{6}$ равными им дробями со знаменателем 96.

501. 1) Найдите равные среди дробей:

$$\frac{2}{18}, \frac{9}{10}, \frac{6}{54}, \frac{3}{27}, \frac{90}{100}, \frac{3}{7}, \frac{1}{9}, \frac{6}{14}, \frac{45}{50}.$$

2) Приведите свои примеры дробей, равных данным.

502. 1) Расставьте в порядке возрастания числа:

$$\frac{1}{2}, \frac{15}{16}, \frac{3}{8}, \frac{1}{4}, 1, \frac{3}{4}.$$

2) Расставьте в порядке убывания числа: $4, \frac{49}{12}, \frac{5}{6}, \frac{3}{2}, \frac{7}{4}, \frac{27}{12}.$

503. Вычислите:

1) $\frac{42}{17} : 3;$

3) $\frac{7}{91} \cdot 8;$

5) $\frac{60}{13} : 5;$

2) $\frac{28 : 7}{5};$

4) $\frac{11}{8 \cdot 4};$

6) $\frac{12}{137} \cdot 10.$

504. Найдите значение выражения:

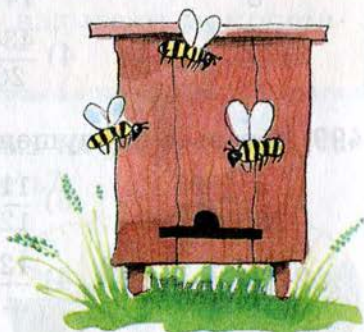
1) $\frac{d}{15}$ при d , равном: а) 1; б) 0; в) 15; г) 45; д) 3.

2) $\frac{50}{b}$ при b , равном: а) 1; б) 50; в) 10; г) 60; д) 100.

505. Запишите пять чисел, первое из которых равно $\frac{32}{35}$, а каждое следующее в 2 раза меньше предыдущего.

506. 1) Чтобы собрать 100 г меда, пчела доставляет в улей 16 тыс. нош нектара. Какова масса одной ноши нектара?

2) За сутки матка пчелы откладывает 2000 яиц. Сколько яиц она откладывает за 1 ч?



507. Какую часть развернутого угла составляет угол, равный:

1) $1^\circ;$

3) $30^\circ;$

5) $90^\circ;$

7) $45^\circ;$

2) $10^\circ;$

4) $60^\circ;$

6) $120^\circ;$

8) $135^\circ?$

508. Выразите:

1) $\frac{1}{100}$ м = ... см;

5) $\frac{1}{2}$ а = ... м²;

2) $\frac{3}{10}$ т = ... ц;

6) $\frac{1}{25}$ м² = ... см²;

3) $\frac{1}{4}$ км² = ... га;

7) $\frac{5}{8}$ м³ = ... дм³;

4) $\frac{2}{5}$ га = ... а;

8) $\frac{2}{25}$ дм³ = ... см³.

Задачи на смекалку

509. После 7 стирок длина, ширина и высота куска мыла уменьшились вдвое. На сколько стирок хватит оставшегося куска?

510. Какими способами можно разделить:

1) три равных отрезка на 4 равные части;

2) пять равных отрезков на 3 равные части?

Какое наименьшее число частей можно при этом получить?

511. 1) Запишите все дроби вида $\frac{x}{y}$, если известно, что:

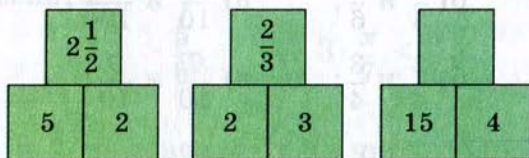
а) $1 < x < 3, 5 < y < 8$; в) $10 < x \leq 12, 12 \leq y < 15$;

б) $3 \leq x \leq 5, 4 \leq y \leq 7$; г) $9 < x < 11, 10 \leq y < 13$.

2) Сколько среди получившихся дробей сократимых?

3) Сколько среди получившихся дробей правильных?

512. Найдите закономерность и вставьте пропущенное число.



513. Разделите головку сыра (рис. 143) тремя разрезами на 8 одинаковых частей.

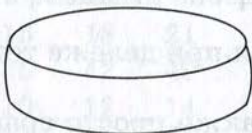


Рис. 143

Контрольные вопросы и задания

1. Запишите свойство частного $(a : b) \cdot c = (a \cdot c) : b$ с помощью дробной черты. Сформулируйте данное свойство.
2. Сформулируйте следующее свойство дроби:
1) $\frac{a}{b \cdot c} = \frac{a}{b} : c$; 2) $\frac{a \cdot c}{b \cdot c} = \frac{a}{b}$.
3. Как изменится дробь, если числитель дроби увеличить в 3 раза, а знаменатель увеличить в 6 раз?
4. Сократите дробь $\frac{20}{8}$ и запишите эту дробь в виде смешанного числа.
5. Замените дробь $\frac{5}{16}$ равной ей дробью со знаменателем 90.

17

Сравнение дробей

514. Что общего у дробей в каждой строке? Сравните дроби и сформулируйте правило сравнения таких дробей:

- | | | | |
|---------------------------------------|------------------------------------|---------------------------------------|--|
| 1) а) $\frac{1}{2}$ и $\frac{1}{3}$; | б) $\frac{1}{3}$ и $\frac{1}{4}$; | в) $\frac{1}{10}$ и $\frac{1}{100}$; | г) $\frac{1}{125}$ и $\frac{1}{457}$; |
| 2) а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{2}{4}$; | б) $\frac{3}{5}$ и $\frac{3}{6}$; | в) $\frac{9}{10}$ и $\frac{9}{100}$; | г) $\frac{34}{567}$ и $\frac{34}{568}$; |
| 3) а) $\frac{1}{3}$ и $\frac{2}{3}$; | б) $\frac{2}{4}$ и $\frac{3}{4}$; | в) $\frac{7}{10}$ и $\frac{9}{10}$; | г) $\frac{31}{100}$ и $\frac{57}{100}$. |

Легко сравнивать дроби, числители которых равны. Представив, например, что $\frac{3}{4}$ — доля каждого при дележе 3 яблок на четверых, а $\frac{3}{5}$ — доля при дележе тех же яблок на пятерых, получим, что $\frac{3}{4} > \frac{3}{5}$. Также просто сравнить дроби с равными

знаменателями. Понятно, что чем больше яблок делишь, тем больше будет доля каждого. Например, $\frac{6}{7} > \frac{5}{7}$.

Правила сравнения дробей с одинаковыми числителями или одинаковыми знаменателями

Из дробей с одинаковыми числителями больше та, знаменатель которой меньше.

Из дробей с одинаковыми знаменателями больше та, числитель которой больше.

515. Каким правилом вы будете пользоваться при сравнении дробей в каждом из следующих случаев? Сравните дроби:

1) $\frac{9}{17}$ и $\frac{9}{19}$; 3) $\frac{27}{100}$ и $\frac{27}{98}$; 5) $\frac{b}{25}$ и $\frac{b}{43}$;

2) $\frac{4}{21}$ и $\frac{19}{21}$; 4) $\frac{3}{a}$ и $\frac{2}{a}$; 6) $\frac{41}{c}$ и $\frac{41}{c+1}$.

516. Расположите в порядке возрастания числа:

$$\frac{1}{100}, \frac{13}{100}, \frac{7}{100}, \frac{97}{100}, \frac{51}{100}, \frac{29}{100}.$$

517. Из дробей $\frac{3}{7}, \frac{3}{8}, \frac{3}{13}, \frac{3}{20}, \frac{3}{4}, \frac{3}{14}, \frac{3}{19}$ выберите:

1) наибольшую;

2) наименьшую.

518. Найдите такие натуральные значения x , чтобы были верными неравенства:

1) $\frac{1}{x} < \frac{1}{4}$;

2) $\frac{5}{x} > \frac{5}{6}$;

3) $\frac{x}{7} < \frac{6}{7}$;

4) $\frac{1}{x} > \frac{2}{5}$.

У дробей $\frac{3}{7}$ и $\frac{2}{5}$ не совпадают ни числители, ни знаменатели. Однако каждое из этих чисел с помощью основного свойства дроби можно записать разными способами:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14} = \frac{9}{21} = \frac{12}{28} = \frac{15}{35} = \frac{18}{42} = \frac{21}{49} \dots,$$

$$\frac{2}{5} = \frac{4}{10} = \frac{6}{15} = \frac{8}{20} = \frac{10}{25} = \frac{12}{30} = \frac{14}{35} \dots$$

Вместо дробей $\frac{3}{7}$ и $\frac{2}{5}$ можно взять равные им дроби с одинаковыми числителями $\frac{6}{14}$ и $\frac{6}{15}$:

$$\frac{3}{7} = \frac{6}{14}, \frac{2}{5} = \frac{6}{15}, \frac{6}{14} > \frac{6}{15}, \text{ значит } \frac{3}{7} > \frac{2}{5},$$

или с равными знаменателями $\frac{15}{35}$ и $\frac{14}{35}$:

$$\frac{3}{7} = \frac{15}{35}, \frac{2}{5} = \frac{14}{35}, \frac{15}{35} > \frac{14}{35}, \text{ значит } \frac{3}{7} > \frac{2}{5}.$$

Естественно, что результат сравнения в обоих случаях один и тот же: $\frac{3}{7} > \frac{2}{5}$.

Замену дробей $\frac{3}{7}$ и $\frac{2}{5}$ равными им дробями с одинаковыми знаменателями $\frac{15}{35}$ и $\frac{14}{35}$ называют *приведением к общему знаменателю*.

519. Сравните дроби:

1) $\frac{3}{4}$ и $\frac{5}{8}$;

3) $\frac{7}{10}$ и $\frac{71}{100}$;

5) $\frac{5}{11}$ и $\frac{2}{3}$;

2) $\frac{5}{6}$ и $\frac{4}{7}$;

4) $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{5}$;

6) $\frac{2}{15}$ и $\frac{3}{20}$.

За общий знаменатель дробей $\frac{3}{4}$, $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{8}$ можно взять, например, их произведение $4 \cdot 6 \cdot 8 = 184$. Но обычно стараются выбрать наименьшее число — наименьший общий знаменатель. В нашем примере его найти нетрудно — это число 24:

$$\frac{3}{4} = \frac{18}{24}, \frac{5}{6} = \frac{20}{24} \text{ и } \frac{7}{8} = \frac{21}{24}.$$

520. Приведите к общему знаменателю и расположите в порядке возрастания дроби:

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{5}$;

2) $\frac{1}{3}$, $\frac{2}{7}$, $\frac{4}{9}$;

3) $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{5}{12}$;

4) $\frac{11}{36}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{7}{72}$.

521^О. 1) Приведите к общему знаменателю дроби:

а) $\frac{3}{4}, \frac{7}{8}, \frac{14}{21}, \frac{2}{3}$; б) $\frac{2}{5}, \frac{1}{3}, \frac{1}{12}, \frac{5}{18}$.

Запишите их в порядке возрастания.

2) Приведите к общему знаменателю дроби:

а) $\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, \frac{5}{8}, \frac{2}{3}$; б) $\frac{5}{6}, \frac{1}{3}, \frac{4}{15}, \frac{2}{5}$.

Запишите их в порядке убывания.

522. Сравните числа:

1) 1 и $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{9}{10}$ и 1; 5) $\frac{98}{100}$ и 1; 7) $\frac{5}{5}$ и $\frac{6}{5}$;
2) $\frac{3}{2}$ и 1; 4) $\frac{3}{4}$ и 1; 6) $\frac{11}{10}$ и $\frac{999}{1000}$; 8) $\frac{101}{100}$ и 1.

523[●]. 1) Сравните дроби $\frac{7}{8}, \frac{8}{9}, \frac{9}{10}$ с единицей и узнайте, какая из дробей наибольшая.

2) Сравните дроби $\frac{99}{100}, \frac{100}{101}, \frac{101}{102}$ с единицей и узнайте, какая из дробей наименьшая.

3) Сравните дроби $\frac{5}{6}, \frac{10}{11}, \frac{20}{21}, \frac{1}{2}, \frac{4}{5}, \frac{99}{100}, \frac{9}{10}$ с единицей и расположите их в порядке убывания.

524[●]. 1) Сравните дроби $\frac{5}{12}, \frac{9}{20}, \frac{7}{16}$ с дробью $\frac{1}{2}$ и узнайте, какая из дробей наибольшая.

2) Сравните дроби $\frac{8}{14}, \frac{11}{20}, \frac{5}{8}$ с дробью $\frac{1}{2}$ и узнайте, какая из дробей наименьшая.

525[●]. 1) Не приводя дроби к общему знаменателю, сравните:

а) $\frac{2}{3}$ и $\frac{3}{4}$; б) $\frac{8}{15}$ и $\frac{3}{7}$; в) $\frac{19}{60}$ и $\frac{29}{90}$.

2) Составьте еще несколько пар дробей, которые можно сравнить без приведения их к общему знаменателю.

526. Сравните:

1) $\frac{1}{10}$ т и $\frac{1}{10}$ ц;

4) $\frac{1}{4}$ кг и 250 г;

2) $\frac{1}{100}$ км и $\frac{1}{10}$ м;

5) $\frac{3}{5}$ ц и $\frac{7}{50}$ т;

3) $\frac{1}{100}$ га и $\frac{1}{10}$ а;

6) $\frac{3}{1000}$ м³ и $\frac{4}{100}$ дм³.

527. Средняя продолжительность сна взрослого человека 8 ч, средняя продолжительность сна ребенка составляет $\frac{5}{12}$ сут.

1) На сколько часов меньше спит взрослый по сравнению с ребенком?

2) Какую часть суток взрослый человек бодрствует?

3) Сколько часов ребенок бодрствует?

528. 1) Расстояние от Солнца до Меркурия составляет $\frac{2}{5}$, а рас-

стояние от Солнца до Венеры — $\frac{7}{10}$ расстояния от Солнца до Земли. Какая планета расположена ближе к Солнцу: Меркурий или Венера?

2) Масса Меркурия составляет $\frac{3}{50}$, масса Марса — $\frac{11}{100}$, а масса Луны — $\frac{3}{250}$ массы Земли. Какое из этих космических тел имеет меньшую массу?



529. 1) Денис решил контрольную работу за $\frac{3}{5}$ ч, а Максим — за $\frac{7}{12}$ ч. Кто из них быстрее решил контрольную работу?

2) За неделю брат прочитал $\frac{5}{12}$ книги, а сестра $\frac{11}{20}$ этой же книги. Кто прочитал больше страниц: сестра или брат?

3) Возраст дочери составляет $\frac{8}{15}$, а возраст сына — $\frac{3}{5}$ возраста отца. Кто старше: сын или дочь?

4) ● Первый баскетболист бросил 70 раз мяч в корзину и попал 50 раз, второй из 60 бросков попал 45 раз. Кто из баскетболистов чаще попадает в корзину?



530. 1) Родители Лены тратят на оплату жилья $\frac{2}{15}$ своего семейного бюджета, родители Сергея — $\frac{3}{20}$. В ка-

кой семье доход больше, если обе семьи платят за квартиры одинаковые суммы?

2) В семьях Кати и Оли одинаковый доход. Родители Кати отдают за квартиру $\frac{5}{28}$, а родители Оли — $\frac{8}{35}$ семейного бюджета.

У какой семьи жилищные условия лучше?

531. Выберите правильные утверждения и из их номеров составьте число.

1 — числитель правильной дроби больше ее знаменателя.

2 — правильная дробь расположена на координатном луче левее единицы.

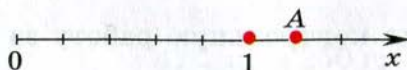


Рис. 144

3 — если в дроби $\frac{4}{3}$ поменять местами числитель и знаменатель, то величина дроби увеличится.

$$4 - \frac{222}{111} > \frac{101}{202}.$$

5 — точка A, отмеченная на координатном луче (рис. 144), имеет координату 6.

6 — числа $\frac{2}{3}$, 1 , $1\frac{2}{3}$ и $\frac{6}{3}$ записаны в порядке возрастания.

7 — правильная дробь больше единицы.

8 — можно записать 5 правильных дробей со знаменателем 5.

9 — $\frac{2}{5}$ от 40 составляет 16.

10 — дробь $\frac{n}{n+1}$ неправильная при любом натуральном n .

Задачи на смекалку

532. Какое время показывают часы, если до конца суток осталась $\frac{1}{4}$ часть времени, прошедшего от их начала?

533. Сравните дроби: 1) $\frac{57}{99}$ и $\frac{5757}{9999}$; 2) $\frac{113}{225}$ и $\frac{113113}{225225}$.

534. 1) Найдите какую-нибудь дробь с однозначным знаменателем, которая была бы больше $\frac{7}{9}$, но меньше $\frac{8}{9}$.

2) Найдите наименьшую дробь со знаменателем 7, большую $\frac{1}{3}$, но меньшую $\frac{2}{3}$.

Контрольные вопросы и задания

1. Как можно сравнить две дроби? Приведите примеры.

2. Сравните дроби:

1) $\frac{50}{99}$ и $\frac{57}{99}$; 2) $\frac{99}{100}$ и $\frac{99}{101}$; 3) $\frac{99}{100}$ и $\frac{100}{99}$; 4) $\frac{4}{5}$ и $\frac{7}{8}$.

18

Сложение и вычитание дробей

535. 1) Вычислите устно:

$$\frac{1}{7} + \frac{5}{7}; \quad \frac{3}{11} + \frac{7}{11}; \quad \frac{9}{17} + \frac{11}{17}; \quad 2\frac{8}{19} + \frac{9}{19}; \quad \frac{7}{27} + \frac{16}{27}.$$

2) ● Как вы думаете, какая из сумм «лишняя»?

Складывать и вычитать дроби с одинаковыми знаменателями вы уже научились. Так, например,

$$\frac{4}{17} + \frac{11}{17} - \frac{8}{17} = \frac{4 + 11 - 8}{17} = \frac{7}{17}.$$

Если же знаменатели дробей различны, поможет уже знакомое вам по предыдущему пункту преобразование — приведение дробей к общему знаменателю:

$$\frac{5}{6} + \frac{3}{4} - \frac{5}{9} = \frac{30}{36} + \frac{27}{36} - \frac{20}{36} = \frac{30 + 27 - 20}{36} = \frac{37}{36}.$$

Числа, на которые умножаются числители и знаменатели исходных дробей при преобразовании, называют **дополнительными множителями**. Их удобно записывать над дробями:

$$\frac{5}{6} \overset{6}{+} \frac{3}{4} \overset{9}{+} - \frac{5}{9} \overset{4}{-} = \frac{30 + 27 - 20}{36} = \frac{37}{36}.$$

536. 1) Вычислите: $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$; $\frac{1}{3} - \frac{1}{6}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{8}$; $\frac{1}{5} - \frac{1}{10}$; ...

2) Продолжите цепочку выражений.

537. 1) Вычислите: $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$; $\frac{1}{3} - \frac{1}{4}$; $\frac{1}{4} + \frac{1}{5}$; $\frac{1}{5} - \frac{1}{6}$; ...

2) Продолжите цепочку выражений.

538. Вычислите:

1) $\frac{5}{9} + \frac{3}{4}$; 3) $\frac{1}{9} - \frac{10}{99}$; 5) $\frac{5}{8} + \frac{7}{9}$; 7) $\frac{8}{11} - \frac{5}{12}$;

2) $\frac{4}{9} + \frac{11}{15}$; 4) $\frac{5}{6} - \frac{3}{4}$; 6) $\frac{7}{30} + \frac{11}{36}$; 8) $\frac{8}{11} - \frac{5}{8}$.

539. Выполните действия:

1) $\frac{1}{2} + \frac{4}{7} - \frac{3}{4}$; 5) $\frac{7}{30} - \frac{2}{15} + \frac{1}{6}$; 9) $\frac{6}{7} - \frac{41}{42} + \frac{5}{12}$;

2) $\frac{1}{7} + \frac{2}{3} - \frac{1}{2}$; 6) $\frac{5}{12} + \frac{5}{6} - \frac{3}{4}$; 10) $\frac{7}{11} + \frac{4}{33} - \frac{3}{4}$;

3) $\frac{2}{9} + \frac{3}{4} - \frac{3}{5}$; 7) $\frac{4}{9} - \frac{3}{10} + \frac{1}{2}$; 11) $\frac{17}{60} - \frac{19}{80} + \frac{21}{40}$;

4) $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$; 8) $\frac{5}{8} + \frac{1}{10} - \frac{7}{25}$; 12) $\frac{21}{33} + \frac{13}{44} - \frac{26}{55}$.

При сложении и вычитании смешанных чисел удобнее действовать отдельно с целыми и дробными частями:

$$\begin{aligned} 5\frac{5}{6} + 3\frac{2}{9} - 7\frac{7}{12} &= 5 + 3 - 7 + \frac{5}{6} + \frac{2}{9} - \frac{7}{12} = \\ &= 1 + \frac{30 + 8 - 21}{36} = 1\frac{17}{36}. \end{aligned}$$

Иногда, правда, приходится «перетаскивать» к дробным частям единицу:

$$5\frac{1}{6} - 2\frac{5}{8} = 4 + 1\frac{1}{6} - 2\frac{5}{8} = 4 - 2 + \frac{7}{6} - \frac{5}{8} = 2 + \frac{28 - 15}{24} = 2\frac{13}{24}.$$

540. 1) Объясните, как выполнено вычитание в примере:

а) $7 - \frac{3}{10} = \frac{70}{10} - \frac{3}{10} = \frac{67}{10} = 6\frac{7}{10}$;

б) $7 - \frac{3}{10} = 6 + \frac{10}{10} - \frac{3}{10} = 6\frac{7}{10}$.

2) Вычислите:

$$1 - \frac{1}{2}; 2 - \frac{1}{3}; 3 - \frac{1}{4}; \dots$$

3) ● Продолжите цепочку разностей.

541. 1) Вычислите устно:

$$1 \frac{1}{7} - \frac{5}{7}; 2 \frac{3}{11} - \frac{7}{11}; 3 \frac{9}{17} - \frac{11}{17}; 4 \frac{7}{27} - 1 \frac{16}{27}.$$

2) ● Как вы думаете, какая из разностей «лишняя»?

542. Вычислите:

$$1) 5 + \frac{5}{16} - \frac{3}{24};$$

$$3) 6 \frac{5}{9} + 2 \frac{7}{18} - 7 \frac{11}{36};$$

$$2) 1 \frac{1}{2} + 4 \frac{1}{4} + 3 \frac{1}{8};$$

$$4) 21 \frac{13}{15} - 11 \frac{7}{12} + 18 \frac{11}{20}.$$

543 ●. Выполните сложение рационально:

$$1) 4 \frac{7}{45} + 11 \frac{4}{13} + 8 \frac{5}{26} + 10 \frac{2}{5};$$

$$2) 3 \frac{1}{7} + 5 \frac{4}{9} + 13 \frac{6}{7} + 3 \frac{5}{11} + 10 \frac{5}{9} + 11 \frac{6}{11} + \frac{4}{7}.$$

544. 1) Найдите сумму:

$$а) \frac{5}{10} + \frac{6}{100} + \frac{7}{1000};$$

$$б) 2 + \frac{2}{10} + \frac{2}{100} + \frac{2}{1000};$$

$$в) 2 \cdot 10^2 + 6 \cdot 10 + 1 + \frac{2}{10} + \frac{3}{10^2} + \frac{4}{10^3};$$

$$г) 7 \cdot 10^3 + 9 + \frac{3}{10^3}.$$

2) Запишите число в виде суммы дробей, знаменателями которых являются степени числа 10:

$$а) \frac{17}{100};$$

$$б) \frac{369}{1000};$$

$$в) \frac{65}{10^4};$$

$$г) \frac{273}{10^5}.$$

545. Рабочий выполнил за первый день $\frac{1}{5}$, за второй — $\frac{1}{10}$ и за третий — $\frac{1}{15}$ часть всей работы. Какую часть работы он выполнил за эти три дня? Какая часть работы ему осталась?

546●. Два поезда отправились одновременно навстречу друг другу от двух станций, расстояние между которыми один поезд проходит за 24 мин, другой — за 36 мин. На какую часть этого расстояния сближаются поезда за первые 6 мин?

547. Масса сосуда с жидкостью равна $3\frac{11}{25}$ кг, а масса пустого сосуда $\frac{7}{10}$ кг. Какова масса жидкости?

548. От мотка проволоки длиной в 60 м отрезали 2 раза по $9\frac{3}{4}$ м, затем 3 раза по $10\frac{3}{5}$ м. Сколько метров проволоки осталось в мотке?

549. 1) После того как из одного ящика переложили в другой $4\frac{3}{4}$ кг яблок, в каждом ящике оказалось по 16 кг яблок.

Сколько килограммов яблок было в каждом из ящиков первоначально?

2)● Яблоки лежали в двух ящиках. Для того чтобы в обоих ящиках яблок стало поровну, пришлось из первого ящика переложить во второй $4\frac{5}{7}$ кг яблок.



На сколько килограммов яблок больше было в первом ящике?

550. 1) Заказанная работа была выполнена за три дня. В первый день было сделано $\frac{4}{15}$ всей работы, а во второй — $\frac{5}{12}$. Какую часть работы выполнили в третий день?

2) Рабочий за 4 дня выполнил некоторую работу, сделав в первый день $\frac{3}{20}$, во второй день — $\frac{7}{40}$, а в третий — $\frac{3}{8}$ всей работы. Какую часть работы он выполнил в четвертый день?



551●. 1) В бассейн проведены три трубы. С помощью первой трубы бассейн можно наполнить за 10 ч, с помощью второй — за 8 ч, а через третью — вся вода из наполненного бассейна может вылиться за 5 ч. Найдите, какая часть бассейна будет наполнена за 1 ч для случая, когда все три трубы будут действовать одновременно.

2) Один насос может наполнить бак нефтью за 16 мин, другой — за 15 мин, а третий — за 18 мин. Какую часть бака могут наполнить нефтью все три насоса вместе за 1 мин?



3) Одна машинистка может перепечатать рукопись за 6 ч, другая — за 8 ч. Какую часть рукописи они могут перепечатать за 1 ч, работая вместе?

552. Семье требуется в неделю 6 кг мяса. В магазине было куплено три упаковки мяса массами $1\frac{2}{5}$, $2\frac{7}{10}$ и 2 кг. Хватит ли этого мяса семье на неделю?

553●. В классе учится менее 50 школьников. За контрольную работу $\frac{1}{7}$ часть учеников получили пятерки, $\frac{1}{3}$ — четверки, $\frac{1}{2}$ — тройки. Остальные работы оказались неудовлетворительными. Сколько было таких работ?

- 554°. 1) К числителю и знаменателю правильной дроби $\frac{7}{10}$ прибавили по 5. На сколько увеличилась дробь?
- 2) К числителю и знаменателю неправильной дроби $\frac{11}{7}$ прибавили по 5. На сколько уменьшилась дробь?
- 555°. 1) Возьмите какую-нибудь правильную дробь. Прибавьте к ее числителю и знаменателю по 1. Как и на сколько изменилась дробь?
- 2) Возьмите какую-нибудь неправильную дробь. Прибавьте к ее числителю и знаменателю по 1. Как и на сколько изменилась дробь?
- 556°. Найдите число, которое на столько же меньше $5\frac{5}{12}$, на сколько $3\frac{5}{9}$ меньше $6\frac{1}{3}$.
- 557°. Когда от числа отняли 2 раза по $2\frac{1}{4}$, 3 раза по $\frac{1}{8}$ и 2 раза по $\frac{2}{3}$, то осталось $3\frac{11}{24}$. Какое это было число?
- 558°. Что произойдет с суммой двух чисел, если: 1) к одному слагаемому прибавить $3\frac{1}{15}$; 2) к одному слагаемому прибавить $3\frac{1}{15}$, а к другому — $5\frac{1}{3}$; 3) из одного слагаемого вычесть $4\frac{1}{10}$, а из другого — $3\frac{1}{5}$; 4) к одному слагаемому прибавить $2\frac{5}{6}$, а из другого вычесть $1\frac{1}{5}$; 5) к одному слагаемому прибавить $7\frac{2}{5}$, а из другого вычесть $7\frac{2}{5}$?
559. Как изменится сумма трех чисел, если из одного слагаемого вычесть $9\frac{17}{72}$, из другого вычесть $12\frac{17}{24}$, а к третьему прибавить $14\frac{5}{36}$?

560●. Подумайте, как, не выполняя сложения дробей с разными знаменателями, убедиться в том, что неравенство верно:

$$1) \frac{1}{5} + \frac{1}{6} < \frac{2}{5};$$

$$4) \frac{1}{6} + \frac{1}{7} + \frac{1}{8} > \frac{3}{8};$$

$$2) \frac{1}{5} + \frac{1}{6} > \frac{1}{3};$$

$$5) \frac{1}{11} + \frac{1}{12} + \frac{1}{13} < \frac{3}{11};$$

$$3) \frac{2}{7} + \frac{3}{8} < \frac{5}{7};$$

$$6) \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} < 1.$$

561●. Подберите три числа, которые можно вычесть из числа $15\frac{1}{3}$, чтобы целая часть не изменилась.

Задачи на смекалку

562. 1) Как использовать рисунок 145 для вычисления суммы $\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16}$?

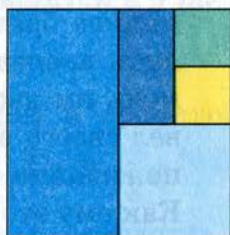


Рис. 145

2) Пользуясь геометрическими соображениями (см. рис. 145), найдите сумму

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} + \dots + \frac{1}{64}.$$

563. 1) Угадайте правило и запишите следующие три равенства:

$$\frac{1}{2 \cdot 3} = \frac{1}{2} - \frac{1}{3}; \quad \frac{1}{3 \cdot 4} = \frac{1}{3} - \frac{1}{4}; \quad \frac{1}{4 \cdot 5} = \frac{1}{4} - \frac{1}{5}; \quad \frac{1}{5 \cdot 6} = \frac{1}{5} - \frac{1}{6}; \quad \dots$$

2) Запишите в виде разности двух дробей с числителями, равными 1, следующие числа: а) $\frac{1}{35 \cdot 36}$; б) $\frac{1}{110}$; в) $\frac{1}{600}$.

3) Докажите, что

$$\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{98 \cdot 99} + \frac{1}{99 \cdot 100} = \frac{99}{100}.$$

564. Персидский крестьянин завещал трем сыновьям 17 верблюдов, причем первый должен был получить $\frac{1}{2}$ часть всех



верблюдов, второй — $\frac{1}{3}$, а третий — $\frac{1}{9}$ часть. Крепко задумались братья: хоть и хорошо они знали дроби, но разделить наследство по завещанию отца так и не смогли. Помочь им вызвался находчивый Ходжа Насреддин. Он привел своего верблюда и быстро разделил наследство так, что пожелание отца было выполнено и все остались довольны. Как ему это удалось? В чем ошибся старый крестьянин?

565. На каникулах $\frac{2}{3}$ класса ходили в кино, а $\frac{3}{7}$ посетили выставку. Сколько учащихся в классе, если их меньше 40?

Контрольные вопросы и задания

1. Преобразуйте выражение $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$.
2. Вычислите $10 + 3\frac{3}{16} - 2\frac{5}{24}$.
3. Решите задачу. Машинистка может перепечатать рукопись за 4 ч, а ее ученица — за 8 ч. Какую часть рукописи перепечатают машинистка и ученица за 1 ч, если они будут работать вместе?

566. 1) Что произойдет с площадью прямоугольника, если:

а) его ширину уменьшить в 3 раза;

б) его длину уменьшить в 7 раз?

2) Найдите площадь прямоугольника со сторонами:

а) 5 см и 2 см;

в) $\frac{5}{7}$ см и 2 см;

б) 5 см и $\frac{2}{3}$ см;

г) $\frac{5}{7}$ см и $\frac{2}{3}$ см.

Площадь прямоугольника с измерениями 5 см и 2 см равна их произведению $5 \cdot 2 = 10$ (см²). Если уменьшить сторону, равную 2 см, в 3 раза (рис. 146), то и площадь уменьшится в 3 раза. $S = 5 \cdot \frac{2}{3} = (5 \cdot 2) : 3 = \frac{5 \cdot 2}{3}$ (см²).

Заметим, что к этому же результату приводит и правило умножения дроби на натуральное число $\frac{2}{3} \cdot 5 = \frac{2 \cdot 5}{3} = 5 \cdot \frac{2}{3}$.

При умножении на дробь умножают на ее числитель и делят на ее знаменатель.

$$a \cdot \frac{b}{c} = \frac{ab}{c}.$$

Уменьшим теперь и другую сторону прямоугольника в 7 раз. Во столько же раз уменьшится и площадь прямоугольника (рис. 147). $S = \frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7} = \left(\frac{2 \cdot 5}{3} \right) : 7 = \frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7}$ (см²).

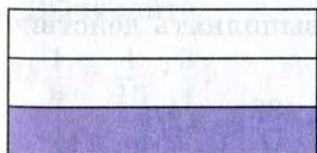


Рис. 146



Рис. 147

Произведение дробей $\frac{2}{3} \cdot \frac{5}{7}$ оказалось равным дроби $\frac{2 \cdot 5}{3 \cdot 7}$, числитель которой равен произведению числителей, а знаменатель — произведению знаменателей исходных дробей.

Правило умножения дробей

При умножении дроби на дробь перемножаются их числители и перемножаются их знаменатели, результат умножения числителей записывается в числитель, а результат умножения знаменателей — в знаменатель.

$$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}.$$

567. Вычислите устно:

1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{1}{2}$; 2) $\frac{2}{3} \cdot \frac{2}{5}$; 3) $\frac{4}{3} \cdot \frac{5}{7}$; 4) $\frac{3}{10} \cdot \frac{3}{10}$; 5) $\frac{3}{4} \cdot \frac{7}{5}$.

568. Выполните умножение и, если возможно, сократите получившуюся дробь:

1) $\frac{5}{6} \cdot \frac{3}{10}$; 2) $\frac{5}{7} \cdot \frac{8}{11}$; 3) $\frac{4}{7} \cdot \frac{21}{16}$; 4) $\frac{15}{19} \cdot \frac{38}{5}$; 5) $\frac{37}{45} \cdot \frac{90}{74}$.

ВНИМАНИЕ!!!

Ни в коем случае нельзя «упрощать» умножение дробей, используя смешанные числа!

Правило умножения смешанных чисел

При умножении смешанных чисел их необходимо представить в виде неправильных дробей и выполнять действие по правилу умножения дроби на дробь.

Например, $1\frac{5}{7} \cdot 2\frac{2}{3} = \frac{12}{7} \cdot \frac{8}{3} = \frac{12 \cdot 8}{7 \cdot 3} = \frac{32}{7} = 4\frac{4}{7}$.

569. Найдите, чему равны следующие произведения:

1) $1\frac{1}{3} \cdot 3\frac{1}{4}$;

3) $\frac{2}{11} \cdot 1\frac{5}{6}$;

5) $3\frac{5}{9} \cdot 4\frac{7}{8}$;

2) $\frac{3}{4} \cdot 1\frac{1}{3}$;

4) $5\frac{5}{7} \cdot \frac{9}{20}$;

6) $2\frac{1}{12} \cdot \frac{8}{11}$.

570°. Длина окружности примерно в $3\frac{1}{7}$ раза больше длины ее диаметра. На какое расстояние откатится колесо диаметром $\frac{6}{5}$ м, сделав:

1) один оборот; 2) два оборота; 3) три с половиной оборота?
Выразите это расстояние в сантиметрах.

571. От базы до первого привала турист шел $3\frac{1}{5}$ ч со скоростью $4\frac{1}{8}$ км/ч. Какое расстояние прошел турист за это время?

572. По дороге в школу Борис решил сосчитать свои шаги. Оказалось, что он шагнул 575 раз. Какое расстояние прошел Борис, если каждый шаг приближал его к школе на $\frac{3}{5}$ м?

573°. 1) Умножьте сумму дробей $\frac{3}{5}$, $\frac{7}{8}$ и $\frac{12}{25}$ на $33\frac{1}{3}$.

2) Даны два числа: $10\frac{1}{2}$ и $9\frac{1}{4}$. Вычислите произведение суммы этих чисел на их разность.

574. Вычислите:

1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{18} \cdot \frac{3}{4}$;

3) $\left(\frac{2}{3} + \frac{5}{8} - \frac{11}{12}\right) \cdot 5\frac{1}{3}$;

2) $4\frac{11}{48} \cdot \frac{6}{7} - 1\frac{4}{9}$;

4) $15\frac{4}{7} - 4\frac{3}{8} \cdot \left(1\frac{3}{7} - \frac{34}{35}\right)$.

575. 1) Прочитайте выражения:

а) $\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}\right)^2$; б) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2$; в) $\left(\frac{1}{2}\right)^2 + 2 \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{3} + \left(\frac{1}{3}\right)^2$.

2) Найдите значения выражений.

3) Сравните полученные значения выражений.

576. Запишите четыре числа, первое из которых равно $\frac{3}{5}$, а каждое следующее в $1\frac{2}{3}$ раза больше предыдущего.

577. Расстояние между двумя городами равно 680 км. Из них одновременно навстречу друг другу отправляются два поезда со скоростями $85\frac{1}{2}$ км/ч и $97\frac{2}{3}$ км/ч. Какое расстояние будет между поездами через $2\frac{2}{3}$ ч после их отправления?

578. Из бака выходят две трубы. Через одну из них вытекает $\frac{4}{5}$ л воды в минуту, а через другую — в полтора раза больше. Полный бак опорожняется через обе трубы за $3\frac{1}{3}$ ч. Сколько литров воды вмещает бак?

579. Ракета, имеющая скорость 8 км/с, становится искусственным спутником Земли. При увеличении ее скорости в $2\frac{7}{8}$ раза она навсегда покидает Солнечную систему. Найдите скорость, при которой ракета покидает Солнечную систему.



Задача. Посевная площадь составляет 350 га. Под посевы пшеницы выделили $\frac{5}{7}$ всей площади. Сколько гектаров планируют засеять пшеницей?

Решение. Эту задачу можно решить в два действия. Сначала найти $\frac{1}{7}$ часть посевной площади, разделив 350 на 7, а затем найти $\frac{5}{7}$ площади, увеличив полученный результат в 5 раз.

1) $350 : 7 = 50$; 2) $50 \cdot 5 = 250$ (га).

Однако такие задачи обычно решают в одно действие. Действительно, разделив на 7 и умножив на 5, мы тем самым умножили число 350 на дробь $\frac{5}{7}$.

$$350 \cdot \frac{5}{7} = \frac{350 \cdot 5}{7} = 250 \text{ (га). Ответ: } 250 \text{ га.}$$

Правило нахождения дроби от числа

Чтобы найти дробь от числа, его умножают на эту дробь.

580. 1) В школе всего 480 учащихся, $\frac{3}{5}$ из них мальчики.

Сколько мальчиков и сколько девочек учатся в школе?

2) Сахар составляет $\frac{4}{19}$ массы сахарной свеклы. Сколько сахара содержится в 570 ц сахарной свеклы?

3) Один градус шкалы Цельсия составляет $\frac{4}{5}$ градуса шкалы Реомюра. Сколько градусов покажет термометр Реомюра в тот момент, когда термометр Цельсия показывает $22\frac{1}{2}^{\circ}$?

581. Проволоку длиной $34\frac{1}{2}$ м разрезали на три части. Первая часть составила $\frac{1}{4}$ всей проволоки, вторая — $\frac{8}{9}$ проволоки, оставшейся после того, как отрезали первую часть. Найдите длину каждой из трех частей проволоки.

582●. Ширина зала $8\frac{1}{5}$ м, его длина в два с половиной раза больше ширины, а высота составляет половину ширины. Какую массу имеет воздух, наполняющий зал, если известно, что масса 1 м^3 воздуха примерно равна $1\frac{3}{10}$ кг?

583○. Если сумма квадратов двух сторон треугольника равна квадрату его третьей стороны, то этот треугольник прямоугольный.

1) Проверьте, являются ли прямоугольными треугольники со сторонами: а) $\frac{1}{3}$, $\frac{4}{5}$ и $\frac{13}{15}$ см; б) $\frac{3}{5}$, $\frac{4}{5}$ и 1 см.

2) Найдите периметры и площади треугольников.

584●. Найдите площадь треугольника со сторонами $\frac{3}{7}$, $\frac{4}{7}$ и $\frac{5}{7}$ м.

585. Сколько понадобится кусков обоев длиной 13 м и шириной 50 см для оклейки стены с измерениями $3\frac{1}{2}$ и $2\frac{4}{5}$ м?

586. Найдите объем куба, длина ребра которого равна $1\frac{2}{3}$ см.

587●. Ниже приведены примеры умножения на 5, на 25, на 50, на 125:

$$38 \cdot 5 = 38 \cdot 10 : 2 = 380 : 2 = 170;$$

$$97 \cdot 25 = 97 \cdot 100 : 4 = 9700 : 4 = 2425;$$

$$59 \cdot 50 = 59 \cdot 100 : 2 = 5900 : 2 = 2950;$$

$$83 \cdot 125 = 83 \cdot 1000 : 8 = 83\,000 : 8 = 10\,375.$$

1) Объясните приемы умножения на 5, на 25, на 50, на 125.

2) Вычислите устно:

а) $87 \cdot 5$;

д) $758 \cdot 5$;

и) $43 \cdot 5 + 23 \cdot 5$;

б) $79 \cdot 25$;

е) $25 \cdot 345$;

к) $25 \cdot 34 + 38 \cdot 25$;

в) $65 \cdot 50$;

ж) $125 \cdot 50$;

л) $153 \cdot 50 - 29 \cdot 50$;

г) $94 \cdot 125$;

з) $24 \cdot 125$;

м) $2 \cdot 9 \cdot 11 \cdot 25$.

Задачи на смекалку

588. Михаэль Шумахер и Рубенс Баррикелло заочно соревнуются в автогонках. Шумахер едет по трассе в Монте-Карло и должен проехать 40 кругов, Баррикелло — по трассе в Имоле и должен проехать 60 кругов (длина дистанции у них одинаковая). В тот момент, когда Шумахер проехал 15 кругов, Баррикелло проехал то же самое расстояние и оказался в 8 км от линии старта. Найдите длину дистанции.

589. Я отпил $\frac{1}{6}$ чашечки черного кофе и долил ее молоком.

Затем выпил $\frac{1}{3}$ чашечки и снова долил ее молоком. Потом я выпил полчашечки и опять долил молока. Наконец, я выпил полную чашечку. Чего я выпил больше: кофе или молока?



590. Имеющегося на ферме корма для коров хватит на 8 дней, а для коров и телят вместе — на 6 дней. Какую часть имеющегося корма съедят телята за 3 дня?

591. 4 коровы черной масти и 3 коровы рыжей масти за 5 дней дали такое же количество молока, что 3 коровы черной масти и 5 коров рыжей масти за 4 дня. Какие коровы более производительны — черные или рыжие? (В этой задаче считается, что от каждой коровы одной масти надаивают в день одно и то же количество молока.)

592. Существуют пары неравных чисел, сумма и произведение которых равны.

Например, $3 + 1\frac{1}{2} = 3 \cdot 1\frac{1}{2} = 4\frac{1}{2}$.

Найдите еще какие-нибудь пары таких чисел.

Контрольные вопросы и задания

1. Сформулируйте правило умножения смешанных чисел.
2. Найдите значение выражения $1\frac{2}{7} + \left(3\frac{5}{8} - 2\frac{1}{6}\right) \cdot 1\frac{1}{7}$.
3. Высота прямоугольного окна $1\frac{2}{3}$ м, а его ширина составляет $\frac{2}{5}$ высоты. Найдите площадь окна.

20

Деление на дробь

«До базы еще 15 км, — подумал турист, идущий со скоростью $4\frac{1}{2}$ км/ч. — Вот если бы у меня был велосипед, я бы двигался в 2 раза быстрее».

Чтобы найти, сколько времени туристу предстоит идти до его базы, нужно путь 15 км разделить на скорость $4\frac{1}{2}$ км/ч. Поскольку $4\frac{1}{2} = \frac{9}{2}$, приходим к необходимости деления на дробь:

$$15 : 4\frac{1}{2} = 15 : \frac{9}{2}.$$

На велосипеде турист мог бы двигаться в 2 раза быстрее, т. е. со скоростью 9 км/ч. И на те же 15 километров у него бы ушло $15 : 9 = \frac{15}{9}$ ч. Но, поскольку скорость туриста в 2 раза меньше, времени ему потребуется в 2 раза больше, т. е. $\frac{15}{9} \cdot 2$ ч.

Таким образом, $15 : \frac{9}{2} = \frac{15}{9} \cdot 2 = \frac{15 \cdot 2}{9}$ (ч).

Правило деления на дробь

При делении на дробь делимое умножают на знаменатель дроби и делят на ее числитель.

$$a : \frac{b}{c} = \frac{ac}{b}.$$

593. 1) Разделите устно дробь на натуральное число:

а) $\frac{5}{8} : 4$; б) $\frac{4}{5} : 3$; в) $\frac{15}{7} : 4$; г) $\frac{25}{16} : 5$.

2) Разделите натуральное число на дробь:

а) $4 : \frac{5}{8}$; б) $3 : \frac{4}{5}$; в) $4 : \frac{15}{7}$; г) $5 : \frac{25}{16}$.

594. Вычислите устно:

1) $\frac{8}{13} : 4$; 3) $\frac{4}{5} : 3$; 5) $\frac{15}{7} : 5$; 7) $\frac{21}{16} : 7$;

2) $4 : \frac{8}{13}$; 4) $3 : \frac{4}{5}$; 6) $5 : \frac{15}{7}$; 8) $7 : \frac{21}{16}$.

595. Сколько раз:

1) $\frac{3}{4}$ содержится в 15;

2) $\frac{2}{3}$ содержится в 20;

3) $\frac{2}{5}$ содержится в 8?

Заметим, что деление на дробь $\frac{9}{2}$ приводит к такому же результату, что и умножение на «перевернутую» дробь $\frac{2}{9}$.

$$15 : \frac{9}{2} = \frac{15 \cdot 2}{9} = 15 \cdot \frac{2}{9}.$$

Дроби $\frac{a}{b}$ и $\frac{b}{a}$ называют *взаимно обратными*.

Правило деления на дробь

Деление на дробь $\frac{a}{b}$ можно заменить умножением на обратную ей дробь $\frac{b}{a}$.

$$c : \frac{a}{b} = c \cdot \frac{b}{a} = \frac{cb}{a}.$$

596. Запишите числа, обратные данным:

1) $\frac{2}{3}$; 2) $\frac{12}{7}$; 3) $\frac{1}{2}$; 4) $\frac{1}{25}$; 5) 2; 6) 1; 7) $5\frac{2}{3}$; 8) $7\frac{3}{5}$.

597. Замените деление умножением на обратную дробь и вычислите:

1) $\frac{2}{5} : \frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{7} : \frac{2}{5}$; 3) $\frac{6}{11} : \frac{3}{11}$; 4) $\frac{13}{5} : \frac{26}{15}$.

598. Какое число нужно вставить вместо многоточия, чтобы стало верным равенство:

1) $\frac{3}{5} : \dots = \frac{12}{35}$; 3) $\dots : \frac{2}{21} = 9$;

2) $\frac{4}{7} : \frac{6}{\dots} = \frac{10}{21}$; 4) $\frac{14}{\dots} : \frac{2}{5} = \frac{7}{6}$?

599. На какое число нужно разделить дробь $\frac{10}{21}$, чтобы в частном получилось:

1) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{5}{7}$; 5) $\frac{10}{3}$; 7) $\frac{10}{21}$; 9) 1;

2) $\frac{2}{3}$; 4) $\frac{5}{21}$; 6) $\frac{10}{7}$; 8) $\frac{21}{10}$; 10) 2?

600. На какие числа надо умножить $\frac{1}{2}$; $\frac{5}{7}$; 4; 11; $3\frac{1}{3}$; $5\frac{2}{5}$, чтобы в произведении получить 1? Как называют два числа, произведение которых равно 1?

601. 1) Масса курицы равна $2\frac{1}{3}$ кг, а масса утки в 2 раза больше. На сколько масса утки больше массы курицы?

2) Масса собаки $6\frac{3}{4}$ кг, а масса кошки в 3 раза меньше.

На сколько масса кошки меньше массы собаки?

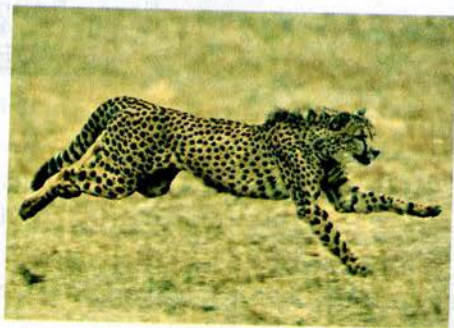
602. 1) Два велосипедиста выехали одновременно из одного пункта в одном направлении. Скорость одного велосипедиста $17\frac{2}{3}$ км/ч, скорость другого — $15\frac{2}{5}$ км/ч. Какое расстояние будет между ними через 3 ч?

2) Два пешехода находятся на расстоянии $17\frac{1}{10}$ км и идут навстречу друг другу. Один пешеход идет со скоростью $4\frac{3}{4}$ км/ч, другой — со скоростью $3\frac{4}{5}$ км/ч. Через сколько часов они встретятся?

603. 1) Гепард пробегает за 30 мин 50 км. С какой скоростью бежит гепард? Какое расстояние он пробежит за 12 мин?

2) Заяц бежит со скоростью 25 км/ч.

Какое расстояние пробежит заяц за 5 мин?



Если нужно разделить дробь на смешанное число, его следует представить в виде дроби.

$$\text{Например, } \frac{5}{6} : 3\frac{3}{4} = \frac{5}{6} : \frac{15}{4} = \frac{5 \cdot 4}{6 \cdot 15} = \frac{2}{9}.$$

604. Вычислите:

- 1) $4 : 2\frac{2}{5}$; 4) $\frac{11}{18} : 2\frac{4}{9}$; 7) $18 : 2\frac{1}{4}$; 10) $2\frac{2}{3} : 1\frac{1}{6}$;
2) $6 : 1\frac{5}{7}$; 5) $\frac{15}{14} : 2\frac{6}{7}$; 8) $10 : 1\frac{7}{8}$; 11) $1\frac{2}{3} : 2\frac{1}{2}$;
3) $26 : 1\frac{4}{9}$; 6) $\frac{11}{30} : 1\frac{7}{15}$; 9) $35 : 2\frac{4}{5}$; 12) $4\frac{3}{5} : \frac{5}{23}$.

605. Найдите частное дробей:

- 1) $\frac{3}{5} : \frac{9}{25}$; 2) $\frac{11}{18} : \frac{22}{45}$; 3) $\frac{20}{21} : \frac{30}{35}$; 4) $\frac{27}{50} : \frac{36}{75}$.

606. Выполните действия:

- 1) $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 : 1\frac{1}{9}$;
2) $2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}$;
3) $\left(\frac{2}{15} + 1\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{103} - 2 : 2\frac{1}{4} \cdot \frac{9}{32}$;
4) $\left(3\frac{1}{2} : 4\frac{2}{3} + 4\frac{2}{3} : 3\frac{1}{2}\right) \cdot 4\frac{4}{5}$.

607. Решите уравнение:

- 1) $x + \frac{1}{8}x = \frac{3}{4}$; 3) $\frac{3}{5}x - \frac{1}{3}x = 6\frac{1}{4}$;
2) $2y - \frac{2}{5}y = 6\frac{2}{5}$; 4) $\left(2x - \frac{1}{8}x\right) : \frac{1}{2} = \frac{1}{3}$.

608. Даны числа: $5\frac{2}{9}$; $3\frac{1}{2}$; $4\frac{3}{8}$ и $1\frac{1}{3}$.

Запишите выражения и вычислите их значения:

- 1) сумма разности первых двух чисел и разности последних двух чисел;
2) разность суммы первых двух чисел и суммы последних двух чисел;

- 3) частное разности первых двух чисел и разности последних двух чисел;
- 4) частное произведения первых двух чисел и суммы последних двух чисел;
- 5) произведение частного от деления первых двух чисел и частного от деления последних двух чисел.

609●. Что произойдет с частным, если:

- 1) делимое и делитель умножить на $\frac{2}{5}$;
- 2) делитель разделить на $\frac{2}{5}$;
- 3) делимое умножить на $\frac{2}{3}$, а делитель разделить на $\frac{2}{3}$;
- 4) делимое разделить на $\frac{7}{4}$, а делитель умножить на $\frac{4}{7}$?

610. Делимое умножили на 9. Что надо сделать с делителем, чтобы частное:

- 1) увеличилось в два с половиной раза;
- 2) уменьшилось в два с половиной раза?

611●. Приемы быстрого деления на 5, 25 и 50. Ниже приведены примеры вычислений:

$$95 : 5 = 95 \cdot 2 : 10 = 190 : 10 = 19;$$

$$275 : 25 = 275 \cdot 4 : 100 = 1100 : 100 = 11;$$

$$1150 : 50 = 1150 \cdot 2 : 100 = 2300 : 100 = 23.$$

1) Объясните приемы деления на 5, на 25 и на 50.

2) Используя приемы деления на 5, на 25 и на 50, найдите значения выражений:

а) $695 : 5$;

г) $995 : 5$;

ж) $185 : 5$;

б) $325 : 25$;

д) $600 : 25$;

з) $1525 : 25$;

в) $3050 : 50$;

е) $1700 : 50$;

и) $1050 : 50$.

Когда турист, о котором мы говорили в начале пункта, начал мечтать о велосипеде, ему оставалось пройти $\frac{3}{4}$ всего пути.

Это расстояние было равно 15 км. Найдем, сколько всего километров должен был пройти турист.

Такие задачи вы умеете решать в два действия. Сначала находим $\frac{1}{4}$ всего пути: $15 : 3 = 5$ (км), а затем и весь путь: $5 \cdot 4 = 20$ (км).

Находя целое по его дроби, мы разделили число 15 на числитель дроби и умножили результат на знаменатель дроби. Но ведь именно так выполняется деление на дроби! Значит, найти целое по его дроби можно было в одно действие, разделив число 15 на дробь $\frac{3}{4}$, т. е. $15 : \frac{3}{4} = \frac{15 \cdot 4}{3} = 20$ (км).

Чтобы найти целое по его части, выраженной дробью, нужно известную часть разделить на эту дробь.

612. Размер обуви равен $1\frac{1}{2}$ длины ступни в сантиметрах. Какова длина ступни человека, носящего 39 размер обуви?

613. 1) Сколько стоят два с половиной килограмма орехов, если $\frac{1}{4}$ кг орехов стоит 23 р.?

2) Турист планировал пройти за первые три дня $\frac{3}{5}$ всего маршрута. Тогда ему осталось бы преодолеть еще 27 км. Какой длины весь маршрут?

3) Два поезда отправились одновременно навстречу друг другу от двух станций. Первый поезд проходит расстояние между станциями за 24 мин, второй — за 36 мин. Через сколько минут после отправления поезда встретятся?

4) В бассейн проведены две трубы. Одна труба может наполнить бассейн за 3 ч, другая — за 2 ч. За сколько минут смогут наполнить бассейн обе трубы, работая вместе?

614. Расстояние от Солнца до Земли составляет $\frac{1}{40}$, а расстояние от Солнца до Марса — $\frac{1}{25}$ расстояния от Солнца до Плутона. Во сколько раз Земля ближе к Солнцу, чем Марс?

615. В Санкт-Петербурге в Зимнем дворце 400 залов. Залов на третьем этаже в $2\frac{2}{3}$ раза меньше, чем на втором, и на 120 залов меньше, чем на первом. Сколько залов на каждом этаже Зимнего дворца?



616. 1) После того как Сергей потратил $\frac{3}{5}$ своих денег, у него осталось 90 р. Сколько денег потратил Сергей?

2) Когда Николай прошел $\frac{2}{5}$ длины дорожки, ему осталось пройти 30 м. Какова длина дорожки?

617●. 1) Первая труба может наполнить бассейн за 45 мин, а две трубы при совместной работе наполнят его за 18 мин. За сколько минут бассейн может наполнить одна вторая труба?

2) Две машины выехали навстречу друг другу из пунктов *A* и *B* и встретились через 24 мин. Первая машина проехала от *A* до *B* за 40 мин. За сколько минут вторая машина проедет от *B* до *A*?

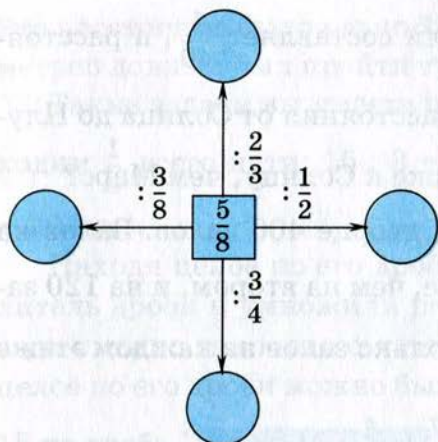


Рис. 148

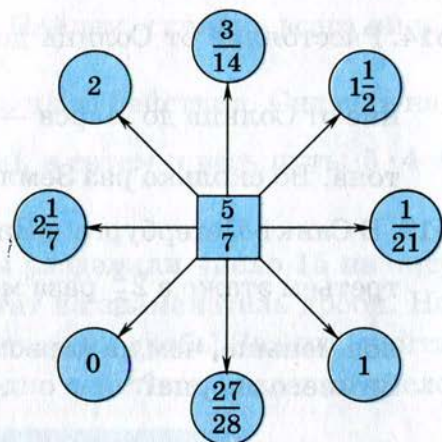


Рис. 149

618. 1) Вставьте в кружки пропущенные числа (рис. 148).
 2) Подумайте, как из числа, записанного в квадрате (рис. 149), можно получить числа, записанные в кружках.

Задачи на смекалку

619. Даны выражения:

1) $\frac{a}{b} + \frac{c}{d}$; 2) $\frac{a}{b} - \frac{c}{d}$; 3) $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$; 4) $\frac{a}{b} : \frac{c}{d}$.

Какие буквы и как можно переставить в выражениях, чтобы при любых натуральных a , b , c и d его значение не изменилось от этой перестановки?

620. Если $y = 1 + \frac{1}{x}$ и $x > 1$, то какому из чисел $\frac{1}{7}$; $\frac{5}{7}$; $\frac{8}{7}$; $\frac{15}{7}$; $\frac{19}{7}$ может быть равно число y ?

621. У Паши на дне рождения было пятеро друзей. Первому он отрезал $\frac{1}{6}$ часть пирога, второму — $\frac{1}{5}$ остатка, третьему — $\frac{1}{4}$ нового остатка, четвертому — $\frac{1}{3}$ оставшегося к этому мо-

менту пирога. Последний кусок Паша разделил пополам с пятым другом. Кому достался самый большой кусок пирога?

622. Вода при замерзании увеличивается на $\frac{1}{11}$ своего объема.

На какую часть своего объема уменьшается лед при обратном превращении в воду?

Контрольные вопросы и задания

1. Найдите пары взаимно обратных чисел: $\frac{2}{3}$; $\frac{5}{7}$; 1; $1\frac{1}{2}$; $\frac{5}{3}$; $1\frac{2}{5}$.
2. Может ли произведение двух дробных чисел быть целым числом?
3. Найдите значение выражения $\left(1\frac{2}{3} - \frac{3}{8}\right) : 2\frac{2}{5}$.
4. В двух альбомах 30 марок, причем в одном из них марок в полтора раза меньше, чем в другом. Сколько марок в каждом альбоме?

5 Десятичные дроби

21

Понятие десятичной дроби

623. Прочитайте числа, записанные в таблице разрядов.

С помощью какого арифметического действия было получено число, записанное в строке 2 таблицы:

- 1) из числа, записанного в строке 1;
- 2) из числа, записанного в строке 3?

Класс тысяч			Класс единиц		
Сотни	Десятки	Единицы	Сотни	Десятки	Единицы
				1	2
			1	2	
		1	2		

624. Закончите предложение:

- 1) при умножении натурального числа на 10 каждая цифра числа в таблице разрядов сдвигается на ...;
- 2) при делении натурального числа на 10 каждая цифра числа в таблице разрядов сдвигается на ...

Вы знаете, что слева от класса тысяч в таблице расположены классы миллионов, миллиардов, триллионов и т. д. Поэтому на один разряд влево можно сдвинуть любое записанное в таблице число.

Пока речь шла о натуральных числах, таблица заканчивалась справа разрядом единиц. Знакомство с дробями позволяет продолжить таблицу вправо и за разряд единиц. При этом мы по-прежнему будем соблюдать принцип уменьшения в 10 раз при переходе к соседнему справа разряду. Уменьшение единицы в 10 раз приводит нас к десятым долям $1 : 10 = \frac{1}{10}$, уменьшение $\frac{1}{10}$ в 10 раз — к сотым долям $\frac{1}{10} : 10 = \frac{1}{10 \cdot 10} = \frac{1}{100}$, затем пойдут разряды тысячных $\frac{1}{100} : 10 = \frac{1}{100 \cdot 10} = \frac{1}{1000}$, десятитысячных $\frac{1}{1000} : 10 = \frac{1}{1000 \cdot 10} = \frac{1}{10000}$ и т. д. Таким образом, таблицу разрядов можно продолжать вправо неограниченно.

...	Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десятитысячные	...
		1	2					
			1	2				
				1	2			
					1	2		
						1	2	
Целая часть числа				Дробная часть числа				

Сдвиг числа 12 на один разряд вправо приводит к числу $\frac{12}{10} = 1\frac{2}{10}$. Дальнейшие сдвиги вправо приводят соответственно к числам: $\frac{12}{100}, \frac{12}{1000}, \frac{12}{10000}, \dots$

625. Запишите числа в виде обыкновенной дроби или смешанного числа.

...	Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти-тысячные
	3	7	1				
		3	7	1			
			3	7	1		
				3	7	1	
					3	7	1
Целая часть числа				Дробная часть числа			

626. Какое арифметическое действие сдвигает числа в таблице разрядов:

- 1) на 2 разряда влево; 3) на 3 разряда вправо;
2) на 5 разрядов влево; 4) на 4 разряда вправо?

Жирная вертикальная черта в таблице разделяет целую и дробную части числа, что позволяет легко записать соответствующее смешанное число.

627. Запишите числа в виде смешанного числа.

...	Сотни	Десятки	Единицы	Десятые	Сотые	Тысячные	Десяти-тысячные
		3		5		7	
	4		2		3		1
			7			4	3
	5				5		5
Целая часть числа				Дробная часть числа			

Есть и более простой способ записи дробей, в знаменателях которых стоят числа 10, 100, 1000 и т. п. Такие дроби можно записывать без дробной черты, отделяя дробную часть от целой с помощью запятой. Так, например, число $30\frac{507}{1000}$, представленное в первой строке таблицы № 627, можно записать как 30,507, число $402\frac{301}{10000}$ как 402,0301, число $7\frac{43}{10000}$ как 7,0043.

Вы, конечно, заметили, что, как и при записи натуральных чисел, в пустых разрядах дробной части ставятся нули. Если же пустыми оказываются все разряды целой части, то ноль ставится слева от запятой. Так, например, правильную дробь $\frac{12}{100}$ можно записать как 0,12.

Числа, записанные с помощью дробной черты, над и под которой стоят натуральные числа, называются *обыкновенными дробями*.

Числа, записанные цифрами, между которыми поставлена запятая, называются *десятичными дробями*.

628. Запишите в виде десятичной дроби:

1) $\frac{7}{10}$;

3) $\frac{5}{100}$;

5) $\frac{1}{10000}$;

2) $2\frac{43}{100}$;

4) $40\frac{12}{1000}$;

6) $710\frac{509}{10000}$.

629•. 1) Равны ли дроби:

а) $30,507 = 30,50700$;

в) $7,0043 = 7,00430$;

б) $402,0301 = 402,301$;

г) $0,12 = 0,12000$?

2) Верно ли утверждение: «Приписывание нулей справа от знаков, стоящих после запятой, не изменяет десятичную дробь»?

630. 1) Найдите и выпишите равные между собой числа:

а) 0,6; 0,006; 0,60; 0,06000; 0,600;

б) 1; 0,1; 1,0; 1,01; 1,000; 1,0001.

2) Запишите еще несколько чисел, равных данным.

631. Запишите в виде обыкновенной дроби или смешанного числа:

1) 0,1;

3) 30,04;

5) 0,009;

2) 3,23;

4) 0,045;

6) 703,0102.

632. Запишите в виде десятичной дроби частное:

1) 2:10;

3) 1:1000;

5) 7:10 000;

2) 41:100;

4) 571:1000;

6) 5467:100.

633. Даны числа: 1; 0,25; $\frac{3}{4}$; 51,08; 0; $\frac{12}{11}$; 508; $65\frac{2}{17}$.

Назовите: 1) натуральные числа; 2) обыкновенные дроби;
3) десятичные дроби.

Правило чтения десятичных дробей

Десятичные дроби читаются так, как читались бы соответствующие смешанные числа:

30,507 — тридцать целых пятьсот семь тысячных,

402,0102 — четыреста две целых сто две десятитысячных,

7,0041 — семь целых сорок одна десятитысячная.

В последние годы десятичные дроби часто читают так, как они записаны, например, 30,507 (тридцать запятая пятьсот семь), 402,0102 (четыре нуль два запятая нуль один нуль два), 7,0041 (семь запятая два нуля сорок один).

634. Запишите числа цифрами:

1) две целых двадцать восемь сотых;

2) нуль целых одна сотая;

3) сто две целых двенадцать тысячных;

4) нуль целых две тысячные.

635. Прочитайте предложения.

1) Самое малонаселенное место в Европе — Гренландия, где на 1 км² приходится 0,03 человека.

2) Самая маленькая страна мира — город-государство Ватикан, занимающий площадь $0,44 \text{ км}^2$.

3) Самые высокие люди мира — народ динка в Судане, их рост составляет в среднем $2,1 \text{ м}$.

4) Самые низкие люди в мире — народ мбути, проживающий в Конго, их рост составляет в среднем $1,4 \text{ м}$.

636. Запишите десятичной дробью показания приборов на рисунке 150.

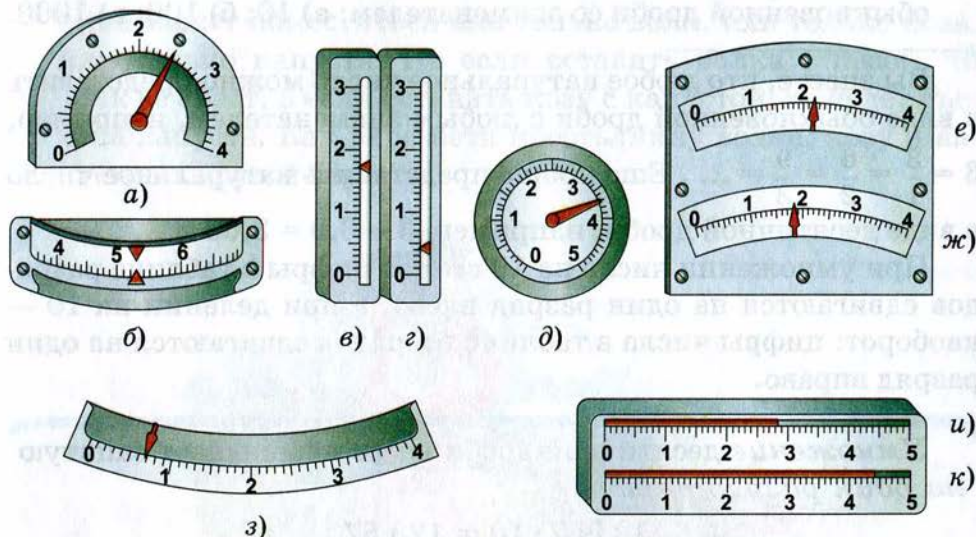


Рис. 150

637. 1) Прочитайте числа:

а) $28,14$;

в) $502,501$;

д) $90,0122$;

б) $1,03$;

г) $0,0051$;

е) $0,008014$.

2) Назовите младший разряд дроби.

3) Назовите разряд, в котором стоит цифра 1.

638. Начертите в тетради таблицу разрядов и запишите в нее следующие числа:

1) $0,2$;

3) $51,123$;

5) $0,0008$;

2) $3,04$;

4) $10,010$;

6) $300,003$.

639. Замените дробью со знаменателем 10, 100 или 1000 и запишите в виде десятичной дроби следующие числа:

- 1) $\frac{1}{5}$; 2) $\frac{1}{2}$; 3) $\frac{1}{4}$; 4) $\frac{1}{8}$; 5) $\frac{1}{25}$; 6) $\frac{1}{125}$.

640•. Выберите дроби, которые можно привести к знаменателям 10, 100, 1000 и т. п., и запишите их в виде десятичных дробей: $\frac{1}{2}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{11}{20}$; $\frac{3}{17}$; $\frac{2}{125}$.

641. Представьте натуральное число: 1) 1; 2) 10; 3) 7; 4) 25 в виде обыкновенной дроби со знаменателем: а) 10; б) 100; в) 1000.

Вы знаете, что любое натуральное число можно представить в виде обыкновенной дроби с любым знаменателем, например, $3 = \frac{3}{1} = \frac{6}{2} = \frac{9}{3} = \dots$. Еще проще представить натуральное число в виде десятичной дроби, например, $3 = 3,0 = 3,00 = \dots$.

При умножении числа на 10 все его цифры в таблице разрядов сдвигаются на один разряд влево, а при делении на 10 — наоборот: цифры числа в таблице разрядов сдвигаются на один разряд вправо.

Умножение десятичной дроби на 10 перемещает запятую на один разряд вправо.

$$12,357 \cdot 10 = 123,57.$$

Деление десятичной дроби на 10 перемещает запятую на один разряд влево.

$$12,357 : 10 = 1,2357.$$

642. Вычислите:

- | | | |
|----------------------|------------------------|---------------------------|
| 1) $3,5 \cdot 10$; | 5) $6,5 \cdot 100$; | 9) $5,7 \cdot 1000$; |
| 2) $41,7 : 10$; | 6) $67,3 : 100$; | 10) $183,9 : 1000$; |
| 3) $0,35 \cdot 10$; | 7) $0,032 \cdot 100$; | 11) $0,0077 \cdot 1000$; |
| 4) $0,17 : 10$; | 8) $0,51 : 100$; | 12) $2 : 1000$. |

643. Запишите три обыкновенные дроби, которые равны:

- 1) 2,3; 2) 0,006; 3) 5,40; 4) 9.

644. Найдите и исправьте число, которое нарушает закономерность:

1) 0,1010010001; 10,10010001; 1010,010001; 101010,0001;

2) 123456; 12345,6; 1234,56; 123,456; 1,23456.

645. Решите старинные задачи.

1) Крестьянину надо перевезти через реку волка, козу и капусту. Да вот беда: лодка так мала, что в ней кроме крестьянина может поместиться или только волк, или только коза, или только капуста. Но если оставить волка с козой, то волк ее съест, а если оставить козу с капустой, то будет съедена капуста. Как перевезти крестьянину волка, козу и капусту на другой берег?



2) Двое мальчиков катались на лодке. К берегу подошел отряд солдат. Лодка так мала, что на ней могут переправиться через реку или двое мальчиков, или только один солдат. И все-таки всем солдатам удалось на этой лодке переправиться через реку. Как?

646. Даны два числа: 2 и 3. Какой знак следует поставить между ними, чтобы получилось число больше двух, но меньше трех?

Контрольные вопросы и задания

- 1) Перенесите запятую так, чтобы каждое из данных чисел содержало 5 целых: 500,1; 0,56; 56,7; 0,0592; 53.
2) Во сколько раз изменилось данное число?
2. Представьте в виде десятичной дроби: 1) $\frac{3}{10}$; 2) $7\frac{15}{1000}$.
3. Представьте в виде обыкновенной дроби: 1) 1,7; 2) 10,007.
4. Вычислите: 1) $34 : 100$; 2) $0,012 \cdot 10$.

22

Сравнение десятичных дробей

Приложим линейку к координатному лучу OA , изображенному на рисунке 151. Единичный отрезок OE на этом луче равен 1 см. Точка C отстоит от начала луча на 5 см 3 мм. Используя десятичные дроби, длину отрезка OC можно указать в сантиметрах: $OC = 5,3$ см. Значит, координатой точки C является число 5,3.

647. Задан координатный луч OA (см. рис. 151).

- 1) Укажите на луче точку, отстоящую от нуля на 7,6 см.
- 2) Есть ли на луче точка, отстоящая от его начала на 8,4 см?
- 3) Какие координаты имеют точки M , N , P , D ?
- 4) Укажите длину отрезка OD :
 - а) в метрах;
 - б) в дециметрах;
 - в) в сантиметрах;
 - г) в километрах.

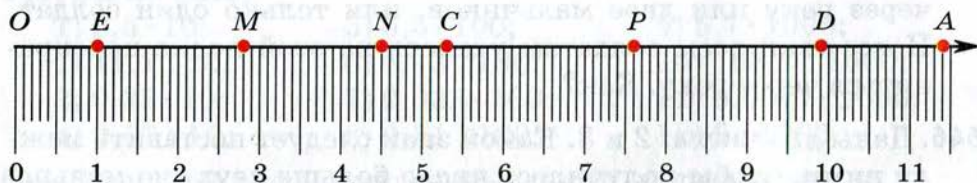


Рис. 151

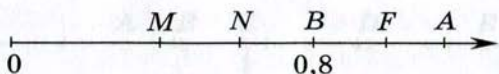


Рис. 152

648. На рисунке 152 изображен координатный луч OA . Проведите необходимые измерения с помощью линейки и найдите:

- 1) длину единичного отрезка;
- 2) координаты точек M , N и F .

На рисунке 153 изображен фрагмент координатного луча с нанесенными на него штрихами. Точка D на этом луче расположена между штрихами. Мы видим, что координата точки D больше, чем $4,3$, но меньше, чем $4,4$.

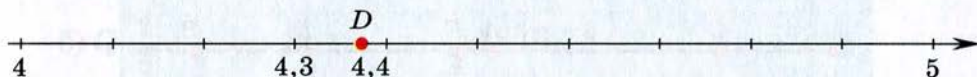


Рис. 153

Представим себе, что мы рассматриваем часть луча вокруг точки D с увеличением в 10 раз. Разделим отрезок между штрихами на 10 равных частей, длина каждой из которых равна $0,01$ единичного отрезка (рис. 154). На рисунке мы видим, что $OD = 4,37$ см.

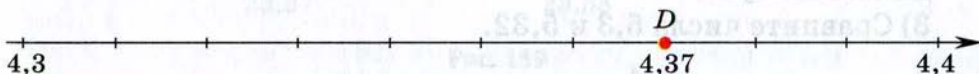


Рис. 154

Определяя координаты точки D , мы перешли к более мелким десятичным долям. Подобным же образом на координатном луче отмечают точки с десятичными координатами. Построим, например, точку $N(4,372)$.

Сначала от точки O отсчитываем 4 единичных отрезка, добавляем 3 десятых единичного отрезка, затем 7 сотых единич-

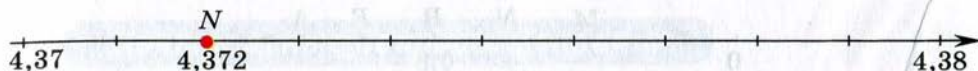


Рис. 155

ного отрезка и, наконец, переходим к тысячным долям единичного отрезка (рис. 155).

Тысячных долей может оказаться недостаточно. Тогда придется переходить к десятитысячным, сотысячным и т. д.

649. Ответьте на вопросы.

- 1) Какой луч называют координатным?
- 2) Что называют координатой точки?
- 3) Как построить точку $A(2,361)$ на координатном луче?

650. Укажите координаты точек, отмеченных на координатном луче (рис. 156).

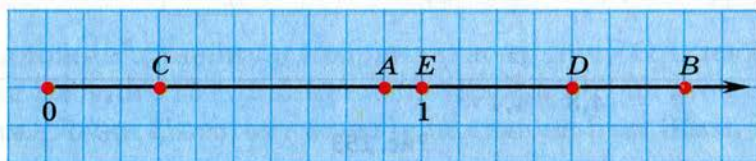


Рис. 156

651●. На координатных лучах (рис. 157) отмечены точки A и B .

- 1) Выполните необходимые измерения и укажите длину единичного отрезка (в сантиметрах).
- 2) Объясните, как найдены точки $A(5,3)$ и $B(5,32)$ на координатном луче.
- 3) Сравните числа $5,3$ и $5,32$.

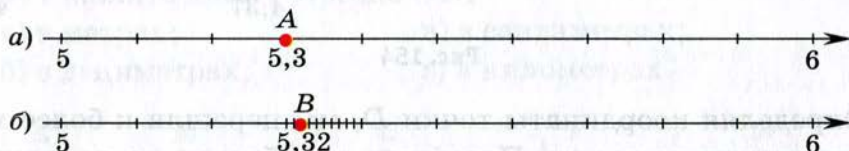


Рис. 157

652. 1) Изобразите на координатном луче точки $K(4)$, $S(4,5)$, $T(3,9)$, $P(4,50)$.

2) Сравните числа: а) $4,5$ и $4,50$; б) 4 и $3,9$; в) 4 ; $4,5$ и $3,9$.

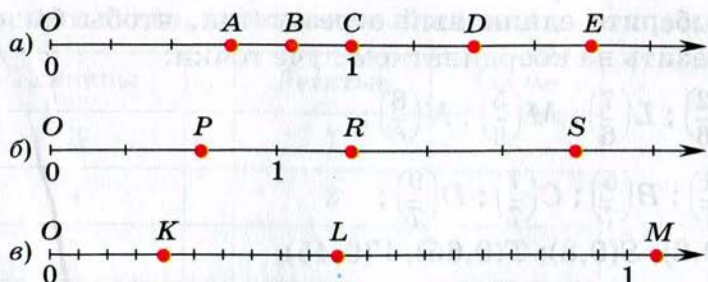


Рис. 158

653. На рисунке 158 изображены координатные лучи. Запишите координаты отмеченных точек.

654. Начертите координатный луч, взяв за единицу длины пять тетрадных клеточек, отметьте на этом луче точки:

а) $K(2)$; в) $R(3,7)$, д) $S(1,53)$;

б) $Q\left(\frac{2}{5}\right)$; г) $T\left(2\frac{3}{5}\right)$; е) $P(0,75)$.

655. На рисунке 159 изображены фрагменты координатных лучей. Укажите координаты отмеченных на них точек.

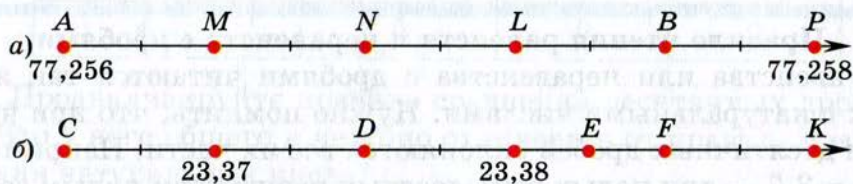


Рис. 159

656●. С какой стороны от единицы на координатном луче изображаются:

1) правильные дроби; 2) неправильные дроби?

657. Какая из двух точек на координатном луче лежит правее:

1) $A(5,7)$ или $B(5,1)$;

2) $C(0,45)$ или $D(0,49)$;

3) $K(2,38)$ или $L(3)$?

658. 1) Выберите единичный отрезок так, чтобы было удобно изобразить на координатном луче точки:

а) $K\left(\frac{2}{6}\right)$; $L\left(\frac{7}{6}\right)$; $M\left(\frac{5}{6}\right)$; $N\left(\frac{8}{6}\right)$;

б) $A\left(\frac{1}{7}\right)$; $B\left(\frac{5}{7}\right)$; $C\left(\frac{7}{7}\right)$; $D\left(\frac{9}{7}\right)$;

в) $P(0,2)$; $S(0,8)$; $T(0,65)$; $V(0,45)$;

г) $H\left(\frac{5}{6}\right)$; $U\left(1\frac{2}{3}\right)$; $G(2,5)$; $F\left(1\frac{1}{6}\right)$.

2)● Каким выбрать единичный отрезок на координатном луче, чтобы было удобно изобразить числа:

$\frac{1}{3}$; $0,6$; $\frac{2}{15}$; $\frac{15}{15}$; $\frac{9}{3}$; 2 ?

Если координатный луч расположен горизонтально и его точки находятся справа от начала координат, то точка с большей координатой будет правее, чем точка с меньшей координатой.

Точка координатного луча, расположенная правее, имеет большую координату.

Правило чтения равенств и неравенств с дробями

Равенства или неравенства с дробями читаются так же, как с натуральными числами. Нужно помнить, что при чтении десятичных дробей склоняются все их части. Например, $3,7 = 3,7$ — три целых семь десятых равны трем целым семи десятым, $2 > 1,01$ — два больше одной целой одной сотой.

659. Прочитайте записи:

1) $5,9 > 5,0467$;

3) $0,0001 > 0$;

2) $1 < 1,0017$;

4) $71,034 = 71,034$.

660. Выберите и назовите равные дроби среди следующих чисел:

$7,35$; $73,5$; $7,350$; $7,53$; $7,3500$; $7\frac{35}{1000}$; $7\frac{35}{100}$; $7\frac{350}{1000}$; $\frac{735}{100}$.

Ответ объясните.

661. Сравните числа, записанные в таблице.

1)

Единицы	,	Десятые	Сотые
3		7	5
4		2	
5			

2)

Единицы	,	Десятые	Сотые
5		3	
5		3	2
5		3	3

3)

Единицы	,	Десятые	Сотые	Тысячные
4		5		
4		5	0	
4		5	0	0

662. Проанализируйте правило сравнения десятичных дробей. Что у него общего и чем оно отличается от правила сравнения натуральных чисел?

Правило сравнения десятичных дробей

① Если целые части десятичных дробей различны, то больше та дробь, у которой больше целая часть.

② Если целые части десятичных дробей равны, то больше та дробь, у которой больше десятых.

③ Если же и десятых поровну, то больше та дробь, у которой больше сотых и т. д.

663. 1) Сравните дроби:

- а) 4,57 и 5,1; г) 12,1 и 9,9; ж) 6,00102 и 6,1;
б) 3,1 и 3,8; д) 0,52 и 0,57; з) 467,034 и 466,034;
в) 18,77 и 18,73; е) 10,5 и 1,05; и) 321,123 и 321,124.

2) Как вы будете рассуждать при сравнении дробей:

- а) 5,1 и 5,11; б) 67,3 и 67,204?

664●. Замените значок «*» цифрой так, чтобы полученная запись была верной:

- 1) $5,688 < 5,6*1$; 3) $5*,67 < 52,31$;
2) $9,*57 = 9,4**$; 4) $71,09* < 71,091$.

665●. 1) Сколько натуральных чисел находится между числами:

- а) 3,7 и 6,1; в) 21,3 и 22,4;
б) 52 и 56,2; г) 0 и 1,5?

2) Между какими соседними натуральными числами заключена дробь:

- а) 4,29; б) 12,08; в) 1,002; г) 160378,25?

3) Укажите какое-нибудь значение x , при котором верно неравенство:

- а) $2 < x < 3$; в) $19,8 < x < 19,9$;
б) $4,5 < x < 4,7$; г) $0,016 < x < 0,017$.

666. Сравните величины:

- 1) 9,23 м и 9,25 м; 4) 5,271 га и 527,1 а;
2) 13,15 кг и 15 кг; 5) 3,802 км и 3912 м;
3) 0,605 т и 607 кг; 6) $0,0253 \text{ м}^2$ и $2,57 \text{ дм}^2$.

667. Расшифруйте имя и фамилию голландского математика, который изобрел десятичные дроби, расположив числа:

1) в порядке возрастания:

3,02	2,23	3,2	2,3	2,03
О	И	Н	М	С

2) в порядке убывания:

7,0707	7,777	7,707	7,7707	7,077	7,77
Н	С	В	Т	И	Е

668●. Выберите верные утверждения. Для неверных утверждений приведите опровергающий пример. Вычеркните буквы, которые соответствуют неправильным утверждениям. Если вы все сделаете правильно, у вас останется слово, которое и будет вашей наградой.

М — натуральные числа сравнивают поразрядно, начиная со старшего разряда.

О — десятичные дроби сравнивают поразрядно, начиная со старшего разряда.

Л — из двух натуральных чисел то число больше, которое содержит больше цифр в записи числа.

К — из двух десятичных дробей та дробь больше, у которой больше цифр в записи числа.

Н — из двух десятичных дробей та дробь больше, которая содержит больше десятичных знаков.

О — из двух десятичных дробей та дробь больше, у которой больше целая часть.

П — из двух десятичных дробей та дробь больше, у которой больше дробная часть.

Д — из двух десятичных дробей с одинаковой целой частью та больше, у которой дробная часть больше.

Е — из двух натуральных чисел с одинаковым числом цифр то число больше, в котором больше единиц в наивысшем разряде.

В — из двух десятичных дробей та дробь больше, в которой больше единиц в наивысшем разряде.

Ц — из двух десятичных дробей с одинаковой целой частью та дробь больше, в которой больше единиц в наивысшем разряде.

Задачи на смекалку

669. 1) Найдите закономерность и продолжите последовательность чисел:
а) 1,2; 0,12; 0,012; 0,0012; ...;
б) 0,3; 0,33; 0,333; 0,3333; ...;
в) 0,9; 0,89; 0,789; 0,6789; ...;
г) 0,11; 0,101; 0,1001; 0,10001;
2) Увеличиваются или уменьшаются числа в этой последовательности?
670. В числе 0,5027803 вычеркните три цифры после запятой так, чтобы получилось:
1) как можно большее число;
2) как можно меньшее число.
671. 1) Как набрать из реки ровно 6 л воды, если имеются два ведра — одно емкостью 4 л, другое — 9 л?
2) Ехали два крестьянина и нашли три бочонка: один восьмиведерный с квасом, и два пустых — пятиведерный и трехведерный. Крестьяне решили поделить квас поровну тут же на месте с помощью этих трех бочонков. Как они разделили квас?



Контрольные вопросы и задания

1. Расскажите, как сравнивают десятичные дроби.
2. Постройте координатный луч и отметьте на нем точки:
 $A(1,3); B(2,7); C\left(5\frac{3}{5}\right)$.
3. Сравните числа: 1) 2 и 1,3; 2) 37,15 и 37,51.

23

Сложение и вычитание десятичных дробей

672. Не вычисляя значений выражений, сравните устно, на сколько они отличаются в каждом столбце:

- | | | |
|-----------------------|----------------------|----------------------|
| 1) $72,56 + 11,231$; | 4) $56,78 - 23,56$; | 7) $73,56 + 12,23$; |
| 2) $72,57 + 11,24$; | 5) $56,78 - 23,61$; | 8) $83,56 + 2,23$; |
| 3) $72,58 + 11,3$; | 6) $56,78 - 23,73$; | 9) $73,36 + 12,43$. |

Сложение и вычитание десятичных дробей, как и аналогичные действия с натуральными числами, выполняются *порядно*.

Правило сложения десятичных дробей

Найдем, например, сумму дробей 49,076 и 5,3405.

① Подпишем слагаемые одно под другим так, чтобы цифры одноименных разрядов располагались друг под другом, а запятая — под запятой. В разряде десятичных в первом слагаемом поставим цифру 0.

② Сложим числа, не обращая внимания на запятую.

③ В найденной сумме поставим запятую под запятыми слагаемых.

$$\begin{array}{r} 49,0760 \\ + 5,3405 \\ \hline 54,4165 \end{array}$$

673●. 1) Чем отличаются записи сложения дробей в столбик?

а) $\begin{array}{r} 187,6 \\ + 24,591 \\ \hline 212,191 \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 187,600 \\ + 24,591 \\ \hline 212,191 \end{array}$
---	---

2) Можно ли верно выполнить сложение, не добавляя нулей в слагаемое?

674. 1) Найдите ошибки в записи слагаемых в столбик.

а) $\begin{array}{r} 24,39 \\ + 3,621 \\ \hline \end{array}$	б) $\begin{array}{r} 5,68 \\ + 14,003 \\ \hline \end{array}$	в) $\begin{array}{r} 1,1003 \\ + 5,675 \\ \hline \end{array}$	г) $\begin{array}{r} 1,3 \\ + 12,273 \\ \hline \end{array}$
--	--	---	---

2) Исправьте ошибки и выполните сложение.

675. Вычислите:

1) $3,62 + 24,39$;

3) $1,1 + 5,675$;

2) $5,68 + 14,003$;

4) $1,3 + 12,273$.

676. 1) Вычислите периметры многоугольников, используя следующие выражения:

а) $5,7 \text{ см} + 5,7 \text{ см} + 5,7 \text{ см}$;

б) $4,5 \text{ см} + 4,5 \text{ см} + 4,5 \text{ см} + 4,5 \text{ см}$;

в) $2,3 \text{ см} + 4,7 \text{ см} + 2,3 \text{ см} + 4,7 \text{ см}$;

г) $3,4 \text{ см} + 3,4 \text{ см} + 5,1 \text{ см} + 5,1 \text{ см}$.

2)● Дайте названия фигурам, периметры которых вы нашли.

677●. Существует ли треугольник со сторонами:

1) $4,6 \text{ см}$, $5,3 \text{ см}$, $9,1 \text{ см}$;

3) 70 мм , $48,9 \text{ мм}$, $50,1 \text{ мм}$;

2) $12,25 \text{ м}$, $7,25 \text{ м}$, $19,5 \text{ м}$;

4) $19,3 \text{ дм}$, $15,02 \text{ дм}$, 26 дм ?

Вычитание десятичных дробей, как и сложение, проводится *поразрядно*.

Вычитание десятичных дробей

Пусть нужно найти, например, разность дробей $27,206$ и $14,75$.

① Подпишем вычитаемое под уменьшаемым так, чтобы цифры одноименных разрядов располагались друг под другом, а запятая — под запятой. В разряде тысячных в вычитаемом поставим цифру 0.

② Проведем вычитание, не обращая внимания на запятую.

③ В найденной разности поставим запятую под запятыми уменьшаемого и вычитаемого.

$$\begin{array}{r} 27,206 \\ - 14,750 \\ \hline 12,456 \end{array}$$

678. Найдите значение выражения:

1) $238 + 34,87$;

5) $723 - 177,302$;

2) $533,187 - 78$;

6) $7,5 + 234,812$;

3) $619,903 + 47$;

7) $472,3 - 50,733$;

4) $26,888 + 4,74$;

8) $911,277 - 28,66$.

679. 1) Сравните значения выражений, не вычисляя их:

а) $124,09 + 56,01$ и $56,01 + 124,09$;

б) $3,92 + (34,33 + 6,08)$ и $(3,92 + 34,33) + 6,08$;

в) $15,239 - (4,009 + 5,23)$ и $15,239 - 4,009 - 5,23$.

2) Вычислите значения выражений наиболее удобным способом.

680. Найдите закономерность и запишите два следующих числа:

1) 4,121; 4,117; 4,113; ...;

3) 6,15; 6,3; 6,45; ...;

2) 1; 0,9; 0,8; ...;

4) 9,83; 9,03; 8,23; ...

681. Представьте сначала в виде суммы, а затем в виде разности натурального числа и десятичной дроби следующие числа:

1) 1,3;

2) 7,256;

3) 15,003;

4) 1,11.

Сложение и вычитание чисел удобно иллюстрировать с помощью координатного луча.

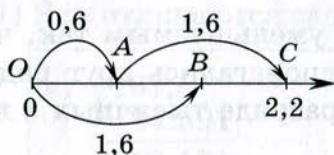


Рис. 160

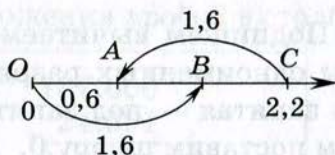


Рис. 161

На рисунке 160 сумма координат точек A и B равна координате точки C , так как

$$OC = OA + AC = OA + OB = 0,6 + 1,6 = 2,2.$$

На рисунке 161 мы видим, что разность координат точек C и B равна координате точки A , так как

$$OA = OC - AC = OC - OB = 2,2 - 1,6 = 0,6.$$

682. Вычислите устно:

1) $0,4 + 0,3 - 0,2 + 0,01$;

3) $0,76 - 0,24 - 0,01 + 0,3$;

2) $2 + 0,5 - 0,3 + 1,82$;

4) $1 - 0,5 + 1,5 - 0,05$.

683. Найдите расстояние между точками на координатном луче:

1) $F(1100)$, $E(157)$;

3) $T(56,712)$, $S(7,8)$;

2) $M(23,41)$, $N(19,5)$;

4) $K(0,7)$, $L(12)$.

Определение расстояния между точками на координатном луче

Чтобы найти расстояние между двумя точками, заданными координатами, нужно из большей координаты вычесть меньшую.

684. 1) Запишите значение выражения в виде десятичной дроби:

а) $\frac{3}{10} + \frac{7}{10^2} + \frac{9}{10^3}$;

в) $3 \cdot 10^2 + 7 \cdot 10 + 1 + \frac{2}{10} + \frac{4}{10^2} + \frac{6}{10^3}$;

б) $7 \cdot 10^4 + \frac{9}{10^4}$;

г) $3 \cdot 10^5 + 8 \cdot 10^3 + 6 + \frac{1}{10} + \frac{7}{10^3}$.

2) Запишите число в виде суммы разрядных слагаемых:

а) 0,26;

в) 406,809;

д) 400050,002;

б) 1,627;

г) 352,0005;

е) 204902,3085.

685°. Упростите выражение:

1) $2,3a + 4,8a - 2,9a$;

3) $17,33c + 8,9c + 11,5c$;

2) $0,43b - 0,28b - 0,09b$;

4) $6d - 2,91d + 4,6d$.

686. Выполните действия:

1) $7,62 + 4,2$;

3) $13,91 + 4,5$;

5) $5,04 + 4,96$;

2) $5,9 - 0,836$;

4) $11,2 - 8,243$;

6) $36,903 - 9,814$.

687. Выполните цепочку вычислений:

1) $8 \xrightarrow{+6,3} \diamond \xrightarrow{-9,8} \square \xrightarrow{+4,2} \diamond \xrightarrow{-5,6} \square \xrightarrow{+2,9} \diamond$

2) $5 \xrightarrow{-0,3} \diamond \xrightarrow{+4,7} \square \xrightarrow{-3,1} \diamond \xrightarrow{-0,9} \square \xrightarrow{+1,1} \diamond$

688. Упростите выражение:

1) $0,57y + 42,39y + 49,43y + 6,02y + 8,61y$;

2) $3,9 \cdot 4,4a - 3,4a + 39 \cdot 5,6a - 5,6a$.

689. 1) Сережа купил две бутылки воды массой по 0,3 кг, два пакета печенья — по 0,5 кг и батон хлеба — 0,8 кг. Все покупки он сложил в пакет, рассчитанный на 3 кг. Выдержит ли пакет?

2) При помоле пшеницы мука составляет 0,81 часть массы, а манная крупа — 0,02 части, все остальное составляют кормовые отходы. Какую часть массы пшеницы составляют кормовые отходы?

690. На базе было 50 т овощей. В первый день продали 17,3 т овощей, во второй — на 2,1 т больше. Сколько тонн овощей осталось на базе после двух дней торговли?

691°. Падающий камень пролетает за первую секунду 4,9 м, а в каждую следующую секунду на 9,8 м больше, чем в предыдущую. Найдите глубину ущелья, если камень падает в него 4 с.

692°. 1) Сумма двух чисел равна 39,2. Одно число на 3,2 больше другого. Найдите второе число.

2) Сумма двух чисел равна 50,5. Одно число на 9,5 меньше другого. Найдите второе число.

693. На прямой отмечены два отрезка $AM = 12,3$ см и $MB = 7,7$ см. Чему равен отрезок AB ?

694. Один из множителей равен 1,2. Как изменится произведение, если второй множитель:

1) увеличить на 5;

2) уменьшить на 10?

Задачи на смекалку

695. На листе бумаги написаны двадцать чисел, равных 1,1, и двадцать чисел, равных 1,11. Зачеркните несколько чисел так, чтобы сумма оставшихся была равна 19,93.

696. Учитель записал на классной доске примеры сложения и вычитания десятичных дробей.

На перемене в класс зашли ученики младших классов и стерли все запятые. Восстановите равенства.

$16 + 14 = 3$	$856 - 556 = 3$	$73 - 5 = 23$
$7 + 104 = 804$	$306 + 15 = 456$	$64 - 17 = 623$

697. Одинаковые цифры в каждом из следующих примеров зашифрованы одинаковыми буквами. При чем разным буквам соответствуют разные цифры. Расшифруйте эти примеры.

1) $\begin{array}{r} \text{СУМК,А} \\ + \text{СУМК,А} \\ \hline \text{БАГАЖ} \end{array}$	2) $\begin{array}{r} \text{СЛОВ,О} \\ + \text{СЛОВ,О} \\ \hline \text{ПЕСНЯ} \end{array}$
---	---

Контрольные вопросы и задания

1. Расскажите правило сложения и вычитания десятичных дробей.
2. Вычислите $92,37 + 0,991 - 18,632$.
3. Известно, что $C(27,13)$, $D(9,8)$. Найдите расстояние между точками C и D .

698. Вместо многоточия вставьте одно из указанных в скобках слов так, чтобы получилось верное утверждение.

1) При умножении десятичной дроби на 10 нужно перенести запятую ... (вправо, влево) на один знак.

2) При делении десятичной дроби на 10 нужно перенести запятую ... (вправо, влево) на один знак.

3) При умножении десятичной дроби на 100, нужно перенести запятую ... (вправо, влево) на ... (один, два, три) знака.

4) При делении десятичной дроби на 100 нужно перенести запятую ... (вправо, влево) на (один, два, три) знака.

699. Вычислите:

1) $23 \cdot 10$;

5) $560 : 10$;

9) $0,567 \cdot 1000$;

2) $3 \cdot 100$;

6) $560 : 100$;

10) $1,34 : 10$;

3) $3600 : 10$;

7) $560 \cdot 1000$;

11) $0,1 \cdot 1000$;

4) $45\,300 : 100$;

8) $560 : 10\,000$;

12) $0,1 : 100$.

700. Во сколько раз изменится десятичная дробь, если запятую перенести:

1) на 2 разряда вправо;

3) на 4 разряда вправо;

2) на 3 разряда влево;

4) на 7 разрядов влево?

701. Во сколько раз число 67,23 отличается от числа:

1) 6,723;

2) 672,3;

3) 6723;

4) 0,6723?

702. Закончите предложение.

1) Если один из множителей увеличить в 2 раза, то произведение ...

2) Если каждый из двух множителей увеличить в 2 раза, то произведение ...

3) Если один из множителей уменьшить в 10 раз, то произведение ...

4) Если каждый из двух множителей уменьшить в 10 раз, то произведение ...

5) Если один множитель уменьшить в 10 раз, а другой увеличить в 10 раз, то произведение ...

703. Зная, что $632 \cdot 38 = 24\,016$, назовите значение выражения:

- | | | |
|----------------------|-----------------------|-------------------------|
| 1) $63,2 \cdot 38$; | 3) $6,32 \cdot 38$; | 5) $6,32 \cdot 3,8$; |
| 2) $632 \cdot 3,8$; | 4) $632 \cdot 0,38$; | 6) $0,632 \cdot 0,38$. |

При увеличении одного из множителей в несколько раз произведение увеличивается во столько же раз. Это свойство позволяет свести умножение десятичных дробей к умножению натуральных чисел. Пусть, например, нужно умножить 7 на 1,2.

Произведение чисел 7 и 1,2 в 10 раз меньше произведения $7 \cdot 12$, значит,

$$7 \cdot 1,2 = (7 \cdot 12) : 10 = 84 : 10 = 8,4.$$

Рассмотрим еще один пример.

Вычислить $0,007 \cdot 0,12$.

Множитель 0,007 в 1000 раз меньше, чем 7, а множитель 0,12 в 100 раз меньше, чем 12, значит, произведение $0,007 \cdot 0,12$ в 100 000 раз меньше, чем произведение $7 \cdot 12$. Имеем:

$$\begin{aligned} 0,007 \cdot 0,12 &= (7 \cdot 12) : 100\,000 = \\ &= 84 : 100\,000 = 0,00084. \end{aligned}$$

Те же результаты можно получить с помощью правила умножения обыкновенных дробей:

$$7 \cdot 1,2 = 7 \cdot \frac{12}{10} = \frac{7 \cdot 12}{10} = \frac{84}{10} = 8,4;$$

$$0,007 \cdot 0,12 = \frac{7}{1000} \cdot \frac{12}{100} = \frac{7 \cdot 12}{1000 \cdot 100} = \frac{84}{100\,000} = 0,00084.$$

Как вы знаете, деление десятичной дроби на числа 10, 100, 1000 и т. д. сводится к переносу запятой на столько знаков влево, сколько у делителя нулей.

704. Известно, что $23 \cdot 16 = 368$.

1) Найдите:

а) $2,3 \cdot 16$; б) $0,23 \cdot 16$; в) $23 \cdot 1,6$; г) $2,3 \cdot 1,6$; д) $0,23 \cdot 0,16$.

2) Сформулируйте правило умножения десятичных дробей.

Правило умножения десятичных дробей

① Перемножить десятичные дроби как натуральные числа, не обращая внимания на запятые.

② В найденном произведении отделить запятой справа столько цифр, сколько их после запятой в обоих множителях вместе.

705. Найдите ошибку в вычислениях:

- 1) $0,01 \cdot 3 = 0,3$; 3) $3 \cdot 0,007 = 2,1$; 5) $0,006 \cdot 3 = 0,18$;
2) $0,08 \cdot 4 = 32,00$; 4) $0,05 \cdot 2 = 0,01$; 6) $48 \cdot 0,01 = 0,48$.

706. Вычислите:

- 1) $54,3 : 10$; 3) $16,92 : 100$; 5) $1,23 : 1000$;
2) $54,3 \cdot 0,1$; 4) $16,92 \cdot 0,01$; 6) $1,23 \cdot 0,001$.

707●. Сравните значения выражений:

- 1) $3,45 \cdot 92,3$ и $34,5 \cdot 9,23$; 4) $6,5 \cdot 0,01$ и $6,5 \cdot 0,001$;
2) $87,3 \cdot 2,5$ и $8,73 \cdot 2,5$; 5) $6,02 \cdot 0,23$ и $0,602 \cdot 2,3$;
3) $0,37 \cdot 0,38$ и $3,7 \cdot 3,8$; 6) $5,9 : 1000$ и $5,9 \cdot 0,01$.

708●. Вставьте пропущенные запятые так, чтобы получилось верное равенство:

- 1) $35,47 \cdot 12 = 42564$; 4) $0,15 \cdot 2,3 = 345$;
2) $4,56 \cdot 382 = 174192$; 5) $5,46 \cdot 3,08 = 168168$;
3) $123,2 \cdot 200 = 246400$; 6) $0,456 \cdot 0,382 = 174192$.

709●. Вычислите рациональным способом:

- 1) $23,4273 \cdot 5 + 76,5727 \cdot 5 + 6,346$;
2) $6,4 \cdot 456 : 100 - (37,9 - 33,34) \cdot 6,4$;
3) $45,3 \cdot 0,5 \cdot 2 + 0,25 \cdot 5,7 \cdot 4$;
4) $4034 : 1000 + 7,83 \cdot 1,25 - 4034 \cdot 0,001$;
5) $1,1^2 + 2,34^2 - 11^2 : 100 - 234^2 : 10\,000$;
6) $2,5 \cdot 0,4 \cdot 50 \cdot 0,02 + 0,5^2 \cdot 74,8 \cdot 0,4$;
7) $123,45 \cdot 6,789 - 678,9 \cdot 1,2345$;
8) $12,34 \cdot 567,89 - 56,789 \cdot 123,4$.

710. Найдите значение выражения:

- 1) $75,12 \cdot 14$; 3) $0,056 \cdot 15$; 5) $123,3 \cdot 1,33$;
 2) $6,7 \cdot 240$; 4) $86,6 \cdot 4,3$; 6) $90,5 \cdot 2,58$.

711●. С помощью таблицы квадратов на форзаце учебника найдите:

- 1) а) $1,2^2$; б) $0,68^2$; в) $7,2^2$; г) $2,7^2$; д) $0,89^2$; е) $0,47^2$;
 2) число, квадрат которого равен:
 а) 8,41; б) 67,24; в) 0,3136; г) 0,5776.

712○. Найдите выражения, значения которых равны:

- 1) $6,4^2 - 4,4^2$; 4) $(6,4 - 4,4)(6,4 + 4,4)$;
 2) $(3,9 - 2,5)^2$; 5) $3,9^2 - 2 \cdot 3,9 \cdot 2,5 + 2,5^2$;
 3) $(3,9 + 2,5)^2$; 6) $3,9^2 + 2 \cdot 3,9 \cdot 2,5 + 2,5^2$.

713●. Найдите закономерность и запишите следующие три числа:

- 1) 1456; 145,6; 14,56; ...; 3) 0,01; 0,04; 0,09; ...;
 2) 0,195; 1,95; 19,5; ...; 4) 0,5; 1; 1,5; ...

714○. Вычислите устно:

- 1) $0,3 \cdot 0,7 + 14 - 0,94$; 3) $64 + 26 \cdot 0,03 - 1,8$;
 2) $0,97 - 0,43 + 0,16 \cdot 0,5$; 4) $0,81 : 10 + 0,19 : 0,1$.

715. 1) Найдите письменно значения выражений:

- а) $85,3 \cdot 4,1$; г) $1,56 \cdot 20,7$;
 б) $6,36 \cdot 32,5$; д) $0,75 \cdot 0,12$;
 в) $27,2 \cdot 4,8$; е) $0,08 \cdot 0,21$.

2) Найдите ответы в круге (рис. 162). Из букв сложится слово. Запишите его.

716. Упростите выражение:

- 1) $(2,7x + 3,1) \cdot 2 - 10(0,1x + 0,08)$;
 2) $5,1(x - 2) - 3(1,2x - 2)$;
 3) $0,1(2x + 55) - 3(1,5 + 2,2x)$;
 4) $3,2(x - 5) - 6(0,5x - 1)$.

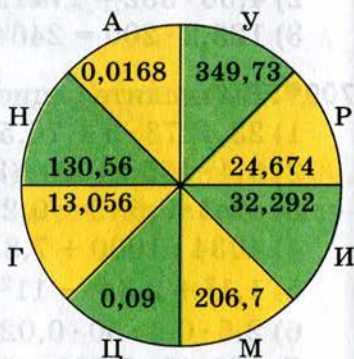


Рис. 162

717. Найдите значение выражения:

- 1) $2,7x + 5,4x - 1,8x$ при $x = 5,5$;
- 2) $6,2y - 2,4y - 3,2y$ при $y = 0,67$;
- 3) $13x - 2 - (5x - 11)$ при $x = 0,8$;
- 4) $15x - 4 - (8x - 12)$ при $x = 0,7$.

718. Вычислите:

- 1) $6,3 \cdot 7 - 10,28$;
- 2) $0,7 \cdot 32 + 2,07$;
- 3) $4,8 \cdot 1,3 - 0,3 \cdot 2,7$;
- 4) $(16,84 - 12,37) \cdot 2,3$.

719^О. Решите уравнения, расположите их корни в порядке убывания и замените их соответствующими буквами:

- 1) $x : 2,7 + 21,24 = 81,25$;
- 2) $3,2^2 + x : 3,21 = 50$;
- 3) $x : 3,02 - 24,6 = 2,7^2$;
- 4) $72,04 - x : 3,002 = 24,64$;
- 5) $x : 1,2 - 28,579 = 90$.

A = 162,027;

Г = 162,27;

Е = 126,6296;

M = 127,6296;

С = 142,2948;

У = 143,148.

720. Один рабочий обрабатывает 15 деталей в час, другой — в 1,2 раза больше. Сколько деталей они обрабатывают вместе за 8 ч?

721. 1) Прямоугольная площадка для игры в бадминтон имеет размеры 13,42 м и 6,1 м. Найдите площадь площадки.

2) Самая крупная из ядовитых змей-медянок имеет длину 0,75 м, а самая крупная королевская кобра длиннее медянки в 7,44 раза. Какова длина королевской кобры?

3) При посеве моркови расходуется 0,35 г семян на 1 м^2 . Сколько семян надо приготовить для посева на поле длиной 210 м и шириной 140 м?

4) При покраске пола требуется 0,2 кг краски на 1 м^2 . Сколько потребуется краски для комнаты размерами 2,6 м на 3,3 м?

5) Пачка массой 1 кг состоит из 200 листов писчей бумаги. Сколько листов бумаги в пачке массой: а) 2,3 кг; б) 1,5 кг; в) 0,8 кг?

6) Масса 1 см^3 железа равна 7,9 г. Найдите массу куска железа, объем которого равен: а) $4,9 \text{ см}^3$; б) $0,5 \text{ см}^3$; в) $1,5 \text{ см}^3$.

722. 1) Купили 1,5 кг рыбы по цене 45 р. за 1 кг и 0,6 кг картофеля по цене 6,5 р. за 1 кг. Какую сдачу должны получить со 100 р.?

2) В магазине купили ткань двух видов: 3,4 м по цене 125,3 р. за метр и 4,7 м по цене 100,7 р. за метр. Сколько сдачи получили с 1000 р.?

723. 1) Скорость катера в стоячей воде 16,7 км/ч, а скорость течения реки 2,3 км/ч. Катер шел 2 ч по течению реки, а затем повернул назад и шел еще 3 ч. Сколько километров прошел катер?



2) Катер сначала 2 ч шел против течения реки, а затем повернул обратно и еще 1,5 ч шел по течению. Какой путь проделал катер за эти 3,5 ч, если скорость течения реки 1,8 км/ч, а скорость катера в стоячей воде 21,4 км/ч?

724. 1) Сумма двух чисел равна 21,6. Одно число в 3,5 раза больше другого. Найдите эти числа.

2) Сумма двух чисел равна 59,8. Одно число в 4,2 раза меньше другого. Найдите эти числа.

725. 1) Найдите периметр и площадь квадрата, сторона которого равна 0,26 м.

2) Все стороны шестиугольника равны 8,43 дм. Найдите периметр шестиугольника.

726. Найдите объем, площадь поверхности и сумму длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны:

1) $a = 2,4$ см, $b = 5$ см, $c = 1,2$ см;

2) $a = 0,13$ м, $b = 1,4$ м, $c = 5$ м.

Задачи на смекалку

727. Когда в некотором двузначном числе переставили цифры, оно увеличилось в 4,5 раза. Какое это число?

728. Известно, что $0,4y = 5$. Не вычисляя значения y , найдите $4,44y$.

729. Сколько составят полторы трети от 100?

Контрольные вопросы и задания

1. Может ли произведение двух чисел оказаться меньше каждого из множителей? Приведите пример.
2. Решите уравнение $9,9895 - x : 1,207 = 1,8$.
3. Один рабочий делает 14 деталей в час, другой — в 1,5 раза больше. Сколько деталей будет сделано ими обоими за 8 ч?
4. Гоночная машина «Формулы-1» движется со скоростью 320 км/ч. Какое расстояние она проходит за:
1) 2 ч; 2) 0,5 ч; 3) 0,1 ч?

25

Деление десятичной дроби на натуральное число

Как вы видели, сложение, вычитание и умножение десятичных дробей сводится к выполнению соответствующих действий с натуральными числами. К действиям с натуральными числами приводит и деление десятичных дробей.

730●. Вместо многоточия вставьте одно из указанных в скобках слов так, чтобы получилось верное утверждение.

- 1) Если делимое увеличить в 10 раз, то частное ... (увеличится, уменьшится) в 10 раз.
- 2) Если делитель увеличить в 10 раз, то частное ... (увеличится, уменьшится) в 10 раз.
- 3) Если делимое и делитель увеличить в несколько раз, то значение частного ... (изменится, не изменится).
- 4) Если делимое и делитель уменьшить в несколько раз, то значение частного ... (изменится, не изменится).
- 5) Если делимое увеличить в 1000 раз, а делитель уменьшить в 10 раз, то частное (увеличится, уменьшится) в ... раз.

731●. 1) Используя свойства деления, определите, во сколько раз значение одного выражения больше другого:

- а) $42 : 7$ и $4,2 : 7$; г) $396 : 3$ и $396 : 0,03$;
б) $56 : 8$ и $56 : 0,8$; д) $36 : 18$ и $0,36 : 18$;
в) $2468 : 2$ и $24,68 : 2$; е) $65 : 5$ и $650 : 0,5$.

2) Вычислите значения выражений.

732○. Поставьте запятые так, чтобы равенства стали верными:

- 1) $3,6 : 2 = 18$; 4) $15,444 : 39 = 396$;
2) $45,36 : 6 = 756$; 5) $462,5 : 125 = 37$;
3) $163,71 : 51 = 321$; 6) $15,912 : 204 = 78$.

733●. 1) Проверьте равенства:

- а) $235\ 848 : 372 = 634$; в) $345\ 690 : 345 = 1002$;
б) $677\ 097 : 3271 = 207$; г) $3\ 097\ 500 : 4130 = 750$.

2) Воспользуйтесь этими равенствами, чтобы найти значения выражений:

- а) $1,002 \cdot 34,5$; д) $327,1 \cdot 2,07$;
б) $235,848 : 372$; е) $3,45 \cdot 1,002$;
в) $34,5690 : 345$; ж) $309,75 : 75$;
г) $6770,97 : 3271$; з) $235\ 848 : 37,2$.

734. Сравните значения выражений и сделайте вывод:

- 1) $38 : 19$; $380 : 190$; $3,8 : 1,9$;
2) $28 : 7$; $2,8 : 0,7$; $0,28 : 0,07$;
3) $8,4 : 4$; $84 : 40$; $8400 : 4000$;
4) $0,25 : 0,05$; $25 : 5$; $2,5 : 0,5$.

Во многих случаях деление десятичной дроби на натуральное число приходится выполнять в столбик.

Разделим, например, десятичную дробь 25,92 на натуральное число 6.

① Сначала разделим на 6 целую часть делимого — натуральное число 25. В частном получается четыре, а в остатке — единица.

$$\begin{array}{r} 25,92 \overline{) 6} \\ \underline{24} \\ 1 \end{array}$$

② Снесем к остатку цифру десятых и будем делить 19 десятых на 6. В частном при этом получается три десятых, а одна десятая оказывается в остатке.

$$\begin{array}{r|l} 25,92 & 6 \\ - 24 & 4,3 \\ \hline - 19 & \\ - 18 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

③ Снесем к остатку цифру сотых и будем делить 12 сотых на 6. 12 сотых делится на 6 без остатка. В частном при этом получается две сотых.

$$\begin{array}{r|l} 25,92 & 6 \\ - 24 & 4,32 \\ \hline - 19 & \\ - 18 & \\ \hline - 12 & \\ - 12 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

Деление закончено. $25,92 : 6 = 4,32$.

Правило деления десятичной дроби на натуральное число

Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, надо делить ее так же, как натуральное число, а запятую в частном поставить сразу, как только закончится деление целой части.

735. Объясните, как выполнено деление.

$$\begin{array}{r|l} 1) \quad 47,31 & 3 \\ - 3 & 15,77 \\ \hline - 17 & \\ - 15 & \\ \hline - 23 & \\ - 21 & \\ \hline - 21 & \\ - 21 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2) \quad 13,26 & 15 \\ - 120 & 0,884 \\ \hline - 126 & \\ - 120 & \\ \hline - 60 & \\ - 60 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

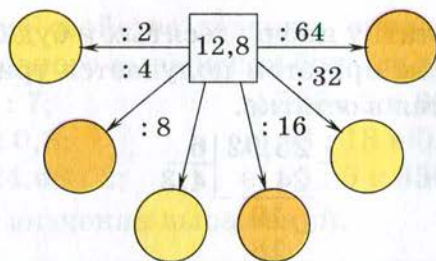


Рис. 163

736. Проверьте равенства, выполнив указанное деление:

- | | |
|--------------------------|-----------------------------|
| 1) $86,8 : 4 = 21,7$; | 5) $433,08 : 54 = 8,02$; |
| 2) $82,8 : 23 = 3,6$; | 6) $1653,6 : 12 = 137,8$; |
| 3) $538,2 : 46 = 11,7$; | 7) $1,2 : 125 = 0,096$; |
| 4) $30,71 : 83 = 0,37$; | 8) $9919,35 : 987 = 10,5$. |

737. Какие числа должны стоять в кружочках на рисунке 163?

738●. Решите уравнение:

- | | |
|---------------------------|-------------------------------|
| 1) $11,3x + 6,74 = 9$; | 3) $0,7251 : a + 0,83 = 25$; |
| 2) $63,34 - 0,68y = 63$; | 4) $5,26 - 4,95 : c = 4,16$. |

Запятая в частном может оказаться и при делении натуральных чисел. Пусть, например, нужно разделить натуральное число 7 на натуральное число 8. Результат деления легко записать в виде обыкновенной дроби $\frac{7}{8}$. А для того чтобы получить десятичную дробь, будем делить 7 на 8 в столбик.

Число 7 меньше 8, поэтому целая часть частного равна нулю.

Представим число 7 как 70 десятых и разделим на 8.

В частном получаем 8 десятых, а в остатке 6 десятых.

Приписываем к остатку справа нуль и делим на 8 теперь уже 60 сотых.

В частном получаем 7 сотых, а в остатке 4 сотых.

Приписываем к остатку нуль, получаем 40 тысячных и делим на 8.

В частном при этом получается 5 тысячных, а остаток оказывается равным нулю.

Деление закончено. $\frac{7}{8} = 0,875$.

$$\begin{array}{r}
 7,0 \overline{)8} \\
 \underline{-64} \\
 60 \\
 \underline{-60} \\
 0
 \end{array}
 \quad
 \begin{array}{r}
 0,875 \\
 \underline{-0,875} \\
 0
 \end{array}$$

739. Представьте обыкновенную дробь в виде десятичной:

- 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $\frac{7}{20}$; 4) $\frac{7}{5}$; 5) $7\frac{1}{2}$; 6) $17\frac{21}{84}$

а) с помощью деления;

б) с помощью основного свойства дроби.

740. Выполните деление:

- 1) $1 : 8$; 2) $24 : 625$; 3) $45 : 6$; 4) $3 : 32$.

741. Найдите выражения, значения которых равны между собой:

- 1) $(7,32 + 5,74) : 2$; 6) $9,6 : 32 : 0,03$;
2) $3,6 \cdot 9,6 : 3$; 7) $7,32 : 2 - 5,74 : 2$;
3) $(7,32 - 5,74) : 2$; 8) $3,6 \cdot (9,6 : 3)$;
4) $3,6 : 3 \cdot 9,6$; 9) $0,96 : (36 : 3)$.
5) $7,32 : 2 + 5,74 : 2$;

742●. 1) Верны ли равенства:

- а) $a : c + b : c = (a + b) : c$; в) $a \cdot b : c = a : c \cdot b = b : c \cdot a$;
б) $a : c - b : c = (a - b) : c$; г) $a : b : c = a : (b \cdot c)$?

2) Проверьте данные равенства при $a = 4,2$, $b = 2,6$ и $c = 2$.

743. Найдите закономерность и укажите два следующих числа:

- 1) 2,3; 3; 3,7; 4,4; ...; 3) 1,2; 2,4; 4,8; 9,6; ...;
2) 8,5; 7,8; 7,1; 6,4; ...; 4) 12,8; 6,4; 3,2; 1,6; ...

744●. 1) Увеличьте каждое из чисел в 5 раз:

- а) 3,7; г) 102,23;
б) 0,56; д) 0,0061;
в) 0,023; е) 50 078,2.

2) Уменьшите каждое из чисел в 5 раз:

- а) 25,5; б) 1; в) 1,2; г) 0,001; д) 34,3; е) 3,1.

745●. Из чисел 0,001; 0,01; 0,1; 1; 10 выберите ближайшее к значению выражения $\frac{20 \cdot 0,3 \cdot 2005}{10\,000}$.

746. 1) Запишите четыре числа, первое из которых равно 5,32, а каждое следующее в 2 раза меньше предыдущего.

2) Запишите четыре числа, первое из которых равно 0,27, а каждое следующее в 3 раза больше предыдущего.

747. Два велосипедиста выехали навстречу друг другу из двух поселков, расстояние между которыми 76 км. Через 2 ч они встретились. Какова скорость каждого велосипедиста, если известно, что скорость одного на 3,5 км/ч меньше, чем другого?
- 748●. Автомобиль «Ока» расходует 3,5 л на 100 км, а «Жигули» — 1 л на 14 км.
- 1) Какой автомобиль более экономичен в затратах на бензин?
 - 2) Сколько бензина потребуется «Оке» и сколько «Жигулям» на поездку из Москвы в Белгород, расстояние до которого 640 км?
749. 1) За 20 с радиокомментатор успевает сказать 100 слов. С какой скоростью (сколько слов в минуту) говорит радиокомментатор? С какой скоростью говорите вы?
- 2) За три одинаковые книги заплатили 315,75 р. Сколько стоят пять таких книг?
- 750●. 1) Самая быстрая улитка за 10 мин проползет 1,5 м. С какой скоростью движется самая быстрая улитка? Найдите скорость улитки в м/мин и км/ч.
- 2) Космический корабль за 0,1 с проходит 1 км пути. Выразите скорость корабля в км/ч.
- 3) Один взмах крыльев пчелы занимает 0,005 с. Сколько взмахов сделает пчела за минуту?

Задачи на смекалку

751. Из маленьких кубиков сложен большой куб (рис. 164). Найдите двумя способами объем маленького куба, если ребро большого куба равно 6,3 см.
752. Поверхность куба окрасили, а затем распилили куб на маленькие кубики, как показано на рисунке 164. У скольких кубиков окрашено: 1) по одной грани; 2) по две грани; 3) по три грани?

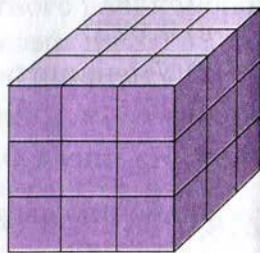


Рис. 164

753. Найдите закономерность и вставьте пропущенное число:
- 1) 9; 4,5; ...; 1,125; 0,5625;
 - 2) 2; 0,4; 0,08; ...; 0,0032.

1. Найдите значение выражения $0,28 + 4,368 : 0,42 - 9,8$.
2. Представьте смешанное число $4\frac{3}{20}$ в виде десятичной дроби.
3. Человек прошел 100 м. Сколько шагов он сделал, если длина его шага равна 0,8 м?

Бесконечные десятичные дроби

В предыдущем пункте вы научились делить десятичные дроби на натуральные числа и использовали это умение для перевода обыкновенных дробей в десятичные. Во всех случаях на каком-то шаге деления в остатке получался нуль, и деление заканчивалось. Однако так бывает далеко не всегда. Попробуем, например, перевести в десятичную дробь число $\frac{1}{3}$. Для этого число 1 будем делить на 3.

$$\begin{array}{r} 1,0 \overline{) 3} \\ \underline{9} 0,3333... \\ - 9 \\ \underline{10} \\ - 9 \\ \underline{10} \\ - 9 \\ \underline{10} \\ - 9 \\ \underline{1} \\ ... \end{array}$$

Можно, конечно, и дальше продолжать процесс деления, но, очевидно, что ничего нового это нам не принесет. Мы все время будем записывать в частном очередную тройку, получать в остатке 1, дописывать к ней нуль, делить на 3, записывать в частном следующую тройку, получать в остатке 1 и т. д.

Понятно, что мы никогда не получим в остатке нуль, а значит, деление может продолжаться бесконечно.

В частном у нас получается десятичная дробь $0,33333\dots$.

После запятой в этой дроби стоит бесконечно много цифр, поэтому ее называют **бесконечной десятичной дробью**.

Возникает естественный вопрос, как записать эту дробь. Ведь нельзя же записать бесконечно много цифр, даже если все они одинаковые.

Договорились брать повторяющуюся цифру или группу цифр в скобки:

$$0,3333\dots = 0,(3); \quad 3,250474747\dots = 3,250(47).$$

Цифру или группу цифр, стоящую в скобках, называют периодом дроби, а сами дроби получили название бесконечных периодических десятичных дробей.

Правило чтения периодической дроби

При чтении периодической дроби сначала читается число, стоящее перед периодом, а затем число, стоящее в периоде.

Например, $25,1(34)$ читается так: *двадцать пять целых, одна десятая и тридцать четыре в периоде.*

754. Запишите цифрами периодические десятичные дроби:

- 1) нуль целых и два в периоде;
- 2) двадцать целых и тринадцать в периоде;
- 3) одна целая шесть десятых и четыре в периоде;
- 4) сто целых две сотых и двести двенадцать в периоде.

755. Прочитайте периодические дроби:

- 1) $0,(7)$; 2) $36,17(28)$; 3) $2,3(5)$; 4) $132,2(89)$.

756. Запишите бесконечные десятичные дроби, указав период:

- 1) $6,5777\dots$; 2) $12,34555\dots$; 3) $3,333\dots$; 4) $1,115151\dots$.

757. 1) Переведите обыкновенную дробь в десятичную:

- а) $\frac{2}{5}$; б) $\frac{1}{3}$; в) $\frac{7}{10}$; г) $\frac{27}{11}$; д) $\frac{5}{4}$; е) $\frac{5}{3}$.

2) Запишите полученные бесконечные десятичные дроби, указав период.

3) Назовите конечные и бесконечные десятичные дроби.

758. Запишите в виде бесконечной десятичной дроби, указав период:

1) $\frac{2}{3}$;

2) $\frac{20}{9}$;

3) $\frac{112}{99}$;

4) $\frac{95}{27}$.

Определяя координаты точки на координатном луче, мы последовательно выясняем, чему равна целая часть координаты, какая цифра стоит в разряде десятых, сотых, тысячных и т. д. Однако этот процесс может оказаться и бесконечным. Так, на следующих рисунках показано начало бесконечного процесса определения координаты точки C (рис. 165).

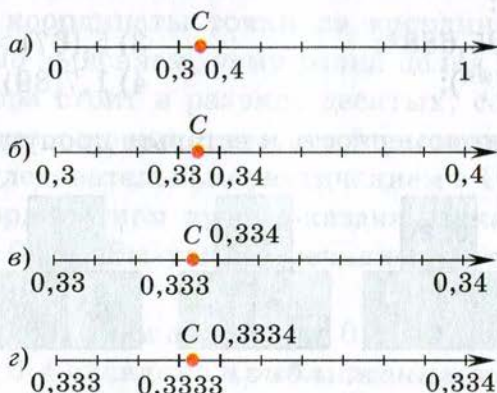


Рис. 165

Наверное, вы уже догадались, что координата точки C равна $0,(3)$.

759. Начертите координатный луч и отметьте на нем точки:

1) $F(3,(5))$;

2) $R(2,7(8))$;

3) $S\left(\frac{7}{9}\right)$;

4) $T\left(\frac{17}{11}\right)$.

760. Сравните дроби:

1) $0,(3)$ и $0,3$;

3) $1,57$ и $\frac{11}{7}$;

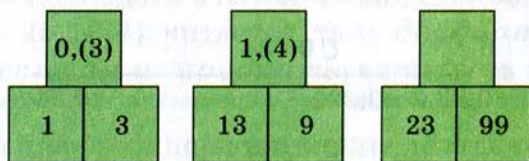
2) $2,3(17)$ и $2,31(7)$;

4) $\frac{23}{17}$ и $\frac{17}{13}$.

- 761*. 1) Известно, что $a > b$ и $b \neq 0$. Какое утверждение верно:
 а) $a : b < 1$; б) $a : b > 1$; в) $a : b = 1$?
- 2) Известно, что $a \neq 0$, $b \neq 0$ и $b < 1$. Какое утверждение верно:
 а) $a : b < a$; б) $a : b > a$; в) $a : b = 1$?
- 3) Известно, что $a : b > 1$. Какое утверждение верно:
 а) $a < b$; б) $a > b$; в) $a = b$?

Задачи на смекалку

762. Замените цифрой знак «*» так, чтобы полученная запись была верной:
 1) $95,6(8) < 95,688*$; 3) $5,(67) > 5,67*$;
 2) $9,(57) = 9(**)$; 4) $1,7(89) < 1,7(8**)$.
763. Найдите закономерность и вставьте пропущенное число.



764. Победителями первенства школы по шахматам стали восьмиклассник Белов, девятиклассник Чернов и десятиклассник Рыжов.
 — Обратите внимание, — заметил один из них, — среди нас есть рыжий, блондин, т. е. беловолосый, и я — брюнет, т. е. черноволосый. Но ни одна из фамилий не соответствует цвету волос обладателя.
 — Действительно, забавно, — согласился восьмиклассник. Какого цвета волосы у каждого из победителей?
765. В коробке лежат 5 черных и 7 белых шаров. Какое число шаров следует не глядя взять из коробки, чтобы среди них обязательно оказался:
 1) черный шар; 2) белый шар?

Контрольные вопросы и задания

1. Прочитайте дробь $5,6(7)$.
2. Переведите обыкновенную дробь $\frac{13}{6}$ в десятичную и укажите ее период.
3. Сравните дроби $53,3(15)$ и $53,3(151)$.

27

Округление чисел

Определяя координаты точки на координатном луче, мы последовательно выясняем, чему равна целая часть координаты, какая цифра стоит в разряде десятых, сотых, тысячных и т. д. Этот процесс может оказаться бесконечным. Так, на рисунке 166 с последовательным увеличением в 10 раз от рисунка а) до з) на координатном луче показана точка C , координата которой равна $0,(3)$. Вы уже встречались с этими рисунками в предыдущем пункте.

На рисунке 166, а мы видим, что $0,3 < 0,(3) < 0,4$.

Числа $0,3$ и $0,4$ являются **приближенными значениями** координаты $0,(3)$. Каждое из них отличается от $0,(3)$ менее, чем на $0,1$.

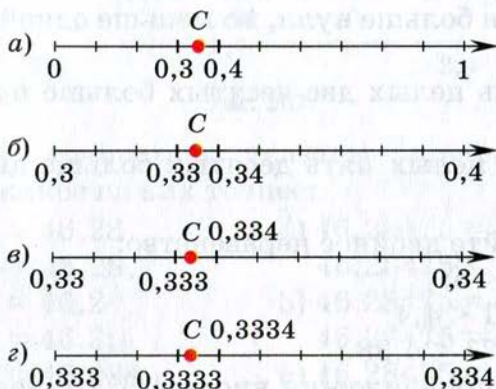


Рис. 166

Говорят, что эти числа являются *приближениями* числа $0,(3)$ с точностью до $0,1$:

$0,3$ — приближение числа $0,(3)$ с недостатком,

$0,4$ — приближение числа $0,(3)$ с избытком.

Для записи приближенных значений используется знак приближенного равенства « $\approx$ ». С его помощью можно записать, что $0,(3) \approx 0,3$ и $0,(3) \approx 0,4$.

Точка C расположена ближе к точке с координатой $0,3$, чем к точке с координатой $0,4$. Значит, $0,(3)$ отличается от $0,3$ меньше, чем от $0,4$. Другими словами, число $0,3$ является более точным приближением $0,(3)$, чем число $0,4$.

Рисунок 166, б показывает, что приближенными значениями $0,(3)$ с точностью до $0,01$ являются числа $0,33$ и $0,34$. При этом $0,33$ — более точное приближение.

766. 1) Прочитайте записи:

а) $9,05 \approx 9$;

в) $2,99 \approx 3$;

б) $4,51 \approx 4,5$;

г) $17,62 \approx 17,7$.

2) Для чисел $9,05$; $4,51$; $2,99$; $17,62$ найдите приближения с точностью до $0,1$ с недостатком и с избытком.

3) Какое приближение в каждом случае является более точным: с недостатком или с избытком?

767. Запишите в виде двойного неравенства, что:

1) число восемь целых одна десятая больше восьми, но меньше восьми целых двух десятых;

2) число один больше нуля, но меньше одной целой пяти десятых;

3) число нуль целых две десятых больше нуля, но меньше одного;

4) число две целых пять десятых больше двух, но меньше трех.

768. 1) Прочитайте двойное неравенство:

а) $4 < 4,371 < 5$;

б) $4,3 < 4,371 < 4,4$;

в) $4,37 < 4,371 < 4,38$.

2) Назовите приближения числа $4,371$ с недостатком и избытком с точностью до: а) целых; б) десятых; в) сотых.

769. 1) Назовите какое-нибудь число, которое:

- а) больше 2, но меньше 3;
- б) больше 12,5, но меньше 12,7;
- в) больше 10,08, но меньше 10,09;
- г) больше 0, но меньше 1.

2) Запишите соответствующее двойное неравенство.

3) Прочитайте составленное неравенство.

770. 1) Найдите приближения с точностью до 0,01 с недостатком и с избытком для следующих чисел:

- а) 0,353; б) 1,396; в) 28,107; г) 182,182.

2) Какое из приближений более точное: с недостатком или с избытком?

771. 1) По рисунку 166, в укажите приближения координаты точки C с точностью до 0,001. Какое из этих приближений точнее?

2) По рисунку 166, г укажите приближения координаты точки C с точностью до 0,0001. Какое из них точнее?

772. 1) По рисунку 167 укажите с точностью до 1; до 0,1; до 0,01 приближения координаты: а) m точки M ; б) n точки N .

2) Какое из найденных приближений, с недостатком или с избытком, точнее?

3) ● Как вы думаете, может ли цифра в разряде тысячных:

- а) числа m быть меньше 5; б) числа n быть больше 5?

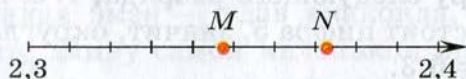


Рис. 167

773 ○. С какой точностью указаны приближения числа 46,28475 и какое из них точнее:

- | | |
|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $46,28475 \approx 46,28$ | 4) $46,28475 \approx 46$ |
| $46,28475 \approx 46,29;$ | $46,28475 \approx 47;$ |
| 2) $46,28475 \approx 46,2$ | 5) $46,28475 \approx 46,2847$ |
| $46,28475 \approx 46,3;$ | $46,28475 \approx 46,2848;$ |
| 3) $46,28475 \approx 46,284$ | 6) $46,28475 \approx 40$ |
| $46,28475 \approx 46,285;$ | $46,28475 \approx 50?$ |

Переходя от данного числа к его приближению с точностью до единицы некоторого разряда, мы отбрасываем цифры всех младших разрядов или заменяем их нулями. Такой переход называют **округлением** числа до соответствующего разряда.

774. 1) Округлите до сотых с недостатком и с избытком число:

- а) 4,831; б) 54,086; в) 0,5558; г) 7,143.

2) Какое из полученных приближений точнее?

Результаты, которые получены при выполнении заданий 773 и 774, позволяют сформулировать *правило округления*.

Правило округления чисел

Если в разряде, следующем за разрядом, до которого округляется число, стоит одна из цифр 0, 1, 2, 3 или 4, то округление производится с недостатком, а если другая цифра, то с избытком.

Округлим по этому правилу число 6,2537 до сотых.

Следующим после разряда сотых идет разряд тысячных. В разряде тысячных у числа 6,2537 стоит цифра 3, значит, округлять следует с недостатком. При этом цифры разрядов, следующих за разрядом сотых, отбрасываются: $6,2537 \approx 6,25$.

Если округлять число 6,2537 до десятых, то следует посмотреть на цифру следующего разряда, т. е. на цифру сотых. В разряде сотых стоит цифра 5, значит, округлять следует с избытком: $6,2537 \approx 6,3$.

775. Пользуясь правилом, округлите до десятых числа:

- 1) 2,64; 2) 2,473; 3) 2,573; 4) 2,157.

Правило округления часто применяется к бесконечным десятичным дробям.

776. Числа 1) 0,(6); 2) 1,(9); 3) 7,(47); 4) 52,(108) округлите до:

- | | |
|-------------|----------------------|
| а) единиц; | г) тысячных; |
| б) десятых; | д) миллионных; |
| в) сотых; | е) десятимиллионных. |

777. Замените обыкновенную дробь ее десятичным приближением с точностью до сотых: 1) $\frac{3}{7}$; 2) $\frac{15}{17}$; 3) $\frac{25}{11}$; 4) $\frac{69}{23}$.

778●. Определите устно, какие из следующих приближений сделаны не по правилу округления. Исправьте ошибки:

1) $2,781 \approx 2,8$; 3) $0,047 \approx 0,04$; 5) $15,(8) \approx 16$;

2) $583,9 \approx 600$; 4) $0,(96) \approx 0,96$; 6) $\frac{7}{12} \approx 0$.

779. 1) Назовите каких-нибудь два числа, удовлетворяющие двойному неравенству:

а) $2,3 < a < 2,6$;

г) $4,6 < c < 4,7$;

б) $5,324 < x < 5,357$;

д) $6,11 < d < 6,112$;

в) $0 < b < 1$;

е) $7,67 < y < 7,6701$.

2)● Сколько можно записать чисел, удовлетворяющих этому неравенству?

780. Округлите числа 4,781; 93,406; 9,928; 0,0547 до:

1) единиц;

2) десятых;

3) сотых.

781○. Ширина прямоугольного параллелепипеда равна 7,2 см, что составляет $\frac{3}{4}$ длины и $\frac{4}{5}$ высоты. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда в кубических сантиметрах и округлите ответ до десятых.

782. Самая длинная змея — удав анаконда, его длина равна 10 м. Найдите длину самой маленькой ящерицы — геккона, если известно, что она короче удава в 335 раз. Ответ округлите до сантиметров.



783. Глубину моря измеряют с помощью эхолота. Издаваемый им звук доходит до дна, отражается и возвращается к эхолоту. Скорость звука в воде 1500 м/с .

1) Марианская впадина в Тихом океане имеет самую большую в мире глубину. Найдите глубину Марианской впадины, если время, измеренное эхолотом, равно $14,7 \text{ с}$.

2) Глубина озера Байкал равна 1600 м . Найдите время, измеренное эхолотом, с точностью до сотых долей секунды.

784. 1) Бегуны на разных дистанциях показывают разное время: 100 м пробегают за 10 с , 1500 м — за $3 \text{ мин } 30 \text{ с}$, 5 км — за $13 \text{ мин } 23 \text{ с}$, 10 км — за $27 \text{ мин } 20 \text{ с}$, 40 км — за 2 ч . На какой дистанции спортсмены достигают наибольшей скорости?

2) Самый длинный железнодорожный тоннель Сейкан в Японии, его длина 54 км . Сколько времени проведет в тоннеле поезд, который движется со скоростью 80 км/ч ?

785. Округлите показания часов до ближайшего часа, получаса или четверти часа.



Задачи на смекалку

786. На голове человека примерно $150\,000$ волос. За месяц примерно 3000 из них выпадают. Определите примерную продолжительность жизни волоса.

787. В ящике лежат 5 черных и 7 белых носков. Коля в темноте вытаскивает из ящика носки. Какое число носков ему сле-

дует взять, чтобы среди них обязательно оказалась пара:
1) носков одного цвета; 2) черных носков; 3) белых носков?

788. Собрался Алеша Попович на бой со Змеем Горынычем, трехглавым и треххвостым. «Вот тебе меч-кладенец, — говорит ему Баба Яга. — Одним ударом ты можешь срубить Змею либо 1 голову, либо 2 головы, либо 1 хвост, либо 2 хвоста. Запомни: срубишь голову — новая вырастет, срубишь хвост — 2 новых вырастут, срубишь 2 хвоста — голова вырастет, срубишь 2 головы — ничего не вырастет». За сколько ударов Алеша Попович может срубить Змею все головы и все хвосты? Какие удары нужно наносить?



Контрольные вопросы и задания

1. Расскажите правило округления десятичных дробей и приведите примеры его использования.
2. Найдите приближения числа 26,038 с точностью до 0,01 с недостатком и с избытком. Округлите данное число до разряда сотых по правилу округления.
3. Замените обыкновенную дробь $\frac{4}{7}$ ее десятичным приближением с точностью до 0,001.

Деление на десятичную дробь

Деление на десятичную дробь легко заменить делением на натуральное число. Для этого достаточно вспомнить, что при увеличении делителя и делимого в одно и то же число раз частное не изменяется. Так, например, $5,7 : 0,19 = 570 : 19 = 30$.

В этом примере делитель и делимое были одновременно увеличены в 100 раз. Фактически это увеличение свелось к перемещению запятой в делителе и делимом на два знака вправо, именно столько знаков после запятой и было в делителе.

789. Вычислите устно:

- | | | |
|------------------|-------------------|------------------|
| 1) $5,6 : 0,8$; | 3) $0,8 : 0,16$; | 5) $36 : 0,03$; |
| 2) $2 : 0,25$; | 4) $12,1 : 1,1$; | 6) $78 : 0,01$. |

При письменных вычислениях в столбик обычно записывают уже увеличенные делитель и делимое.

790. 1) Найдите частное чисел:

- | | |
|-------------------|---------------------|
| а) $0,8 : 0,5$; | в) $6,72 : 5,6$; |
| б) $29,6 : 3,7$; | г) $2,961 : 0,47$. |

2) Выполните проверку, перемножив частное и делитель.

791. Выполните деление:

- | | | |
|----------------------|-----------------------|------------------|
| 1) $0,0261 : 0,03$; | 3) $189,54 : 0,78$; | 5) $5 : 0,8$; |
| 2) $6,944 : 3,2$; | 4) $128,34 : 0,138$; | 6) $32 : 1,28$. |

792●. 1) Цифру какого разряда надо получить в частном, чтобы выполнить деление в столбик с точностью до 0,01?

2) Вычислите с точностью до сотых:

- | | | |
|-----------------|---------------------|------------------------|
| а) $5 : 0,6$; | в) $0,178 : 0,15$; | д) $1,05 : 12$; |
| б) $18 : 1,3$; | г) $0,029 : 3,7$; | е) $18,3524 : 2,134$. |

793. Выполните устно цепочки вычислений в столбцах таблицы. Расположив буквы в порядке возрастания результатов вычислений, вы получите имя великого немецкого математика, который в 1684 г. ввел знак деления, а 1698 г. — современный знак умножения.

$8,1 : 9$	$1 - 0,3$	$0,2 \cdot 0,5$	$3,6 + 2,8$	$0,56 : 2$	$0,092 \cdot 100$	$15,6 \cdot 0,1$
$\cdot 2$	$: 7$	$\cdot 9$	$: 0,8$	$: 1,4$	$: 4$	$: 3$
$: 3$	$\cdot 78$	$: 0,03$	$\cdot 0,001$	$\cdot 11$	$- 0,4$	$\cdot 8$
$\cdot 4$	$: 2$	$: 10$	$+ 3$	$+ 1,72$	$\cdot 2$	$- 0,31$
Л	И	Е	Й	Ц	Б	Н

794. Устно найдите неизвестное число, обозначенное буквой:

- 1) $a + 2,7 = 27$; 3) $6,1 - c = 0,61$; 5) $1 : x = 4$;
 2) $10 \cdot b = 3,1$; 4) $d : 0,01 = 10$; 6) $y \cdot 0,9 = 0,09$.

795. 1) Решите уравнения, которые не требуют письменных вычислений.

2) Решите уравнения, выполнив письменные вычисления:

- а) $3,8x = 623,2$; д) $0,587x = 58,7$;
 б) $623x = 6,23$; е) $7,329x = 366,45$;
 в) $802,4x = 8,024$; ж) $7,329x = 7,329$;
 г) $62,3x = 803,67$; з) $9,29x = 0$.

796. 1) Найдите как можно большее натуральное значение x , чтобы было верным неравенство

$$x < (23,79 : 7,8 - 6,8 : 17) \cdot 3,04 - 2,04.$$

2) Найдите как можно меньшее натуральное значение x , чтобы было верным неравенство

$$x > (3,42 : 0,57 \cdot 9,5 - 6,6) \cdot 3,3.$$

797. Какими натуральными числами можно заменить x в двойном неравенстве:

- 1) $(3,1 \cdot 5,3 - 14,39) : 1,7 < x < 4,2 \cdot 4,6 : 4 - 1,73$;
 2) $3,8 \cdot 1,75 : 0,95 < x < 2,38 + 3,4 : 0,85 \cdot 1,55$?

798. Верно ли, что:

- 1) $36,2 + 821,1 : 34,5 = 50$; 2) $76,2 \cdot 2,45 - 185,69 = 1$?

799. Верно ли, что:

- 1) $11 < (3,91 : 2,3 \cdot 5,4 - 4,03) \cdot 2,4 < 12$;
 2) $1 < 6,93 : (0,028 + 0,36 \cdot 4,2) - 3,8 < 2$?

800. Вычислите:

1) $(5,27 - 24,9(0,48 - 0,38)) : 0,2$;

2) $(4,47 - 27,1(1,56 - 1,46)) : 0,2$.

Иногда в выражение входят и обыкновенные, и десятичные дроби. При вычислении значений таких выражений десятичные дроби обычно переводят в обыкновенные.

801°. Найдите значение выражения:

1) $8\frac{11}{18} + \left(4\frac{5}{9} - 1\frac{7}{18} \cdot 2,4\right)$;

2) $\left(\frac{6}{13} : 1\frac{5}{13} + \frac{2}{3}\right) - 0,375$;

3) $3\frac{9}{14} : \left(1\frac{3}{7} - \frac{5}{21} \cdot 0,9\right) - 0,76$;

4) $\left(36,8 - 3,5 \cdot 1\frac{1}{7}\right) : 1\frac{16}{25} - 14\frac{13}{15}$;

5) $\left(\frac{9}{22} + 1\frac{12}{33}\right) \cdot 1,32 - \frac{8}{13} \cdot 0,1625$;

6) $\left(6\frac{8}{15} - 4\frac{21}{45}\right) \cdot 4,5 - 2\frac{1}{6} : 0,52$.

802°. Найдите значение выражения:

1) $\left(1\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(1\frac{1}{2}\right)^3 : 2,4$;

4) $\left(7,82 - 6\frac{8}{25}\right) : \left(2\frac{4}{5} + 0,2\right)$;

2) $\left(1\frac{1}{2} - \frac{3}{4}\right) \cdot \left(5 - 1\frac{2}{3}\right) : 3,125$;

5) $12,8 \cdot 0,25 : \left(\frac{3}{4} - 0,125\right)$;

3) $\left(1\frac{3}{8} + \frac{3}{4} - 0,355\right) : 0,59$;

6) $\frac{\left(1,5 + 2\frac{2}{3} + 3\frac{3}{4}\right) \cdot 3,6}{15\frac{1}{8} : 2 - 7}$.

803°. Решите уравнение:

1) $\left(5\frac{1}{6} - x\right) \cdot 2,7 - 1\frac{3}{14} = 3\frac{2}{7}$;

2) $\left(8,4 : x + 3\frac{5}{9}\right) : 4\frac{1}{6} = 1\frac{1}{3}$.

804. 1) Веревку разрезали на две части. Длина одной части веревки 5,4 м, а длина другой части в 1,2 раза меньше. Найдите длину веревки.

2) Двигатель за 4,5 ч расходует 66,6 л горючего. Сколько литров горючего расходует двигатель за 2,1 ч?

3) Поезд прошел 87,5 км за 1,4 ч. Какое расстояние пройдет поезд за 2,2 ч?

4) Поезд движется из Москвы в Киев со скоростью 62,5 км/ч и находится в пути 12 ч. Какое расстояние проезжает поезд от Москвы до Киева? Во сколько раз меньше времени мог бы затратить на этот путь высокоскоростной поезд, если бы он мог двигаться со скоростью 500 км/ч?

805. 1) В магазин привезли печенье. В первый день продали 52 кг печенья, а во второй день в 1,3 раза меньше, чем в первый. Сколько килограммов печенья привезли в магазин, если за два дня была продана треть привезенного печенья?

2) Поле площадью 24 га занято под картофель и капусту. Капустой занято в 2,2 раза меньше площади, чем картофелем. Какая площадь занята капустой, а какая картофелем?

Задачи на смекалку

806. Найдите правило размещения чисел в верхнем и нижнем полукругах и вставьте недостающие числа (рис. 168).

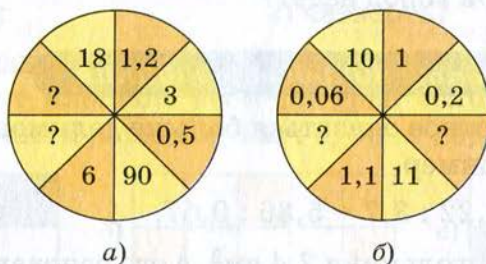


Рис. 168



807. Том Сойер и Гек Финн нашли клад из золотых монет и драгоценных камней. Том разделил его пополам, а Гек выбрал себе часть, которая ему понравилась больше. Понятно, что при этом оба мальчика были довольны результатами раздела. Придумайте, как справедливо разделить клад на троих.

808. 1) В некотором царстве, в некотором государстве живут рыцари (они всегда говорят правду) и лжецы (они всегда лгут).

а) Человек говорит: «Я — лжец». Является ли он жителем этой страны?

б) Каждый из собравшихся на площади жителей заявил остальным: «Вы все — лжецы». Сколько рыцарей среди собравшихся на площади?

2) В стране два города, в одном из которых живут лжецы, а в другом — рыцари. Как, встретив на развилке дорог жителя этой страны, выяснить, задав всего один вопрос, какая дорога в какой город ведет?

Контрольные вопросы и задания

1. Может ли частное оказаться больше делимого? Если может, приведите пример.
2. Вычислите $2,22 : 3,7 + 5,36 : 0,67$.
3. Площадь треугольника $2,4 \text{ см}^2$, а его основание $3,2 \text{ см}$. Найдите высоту этого треугольника, проведенную к основанию.

Мы уже говорили о том, что некоторые доли целого имеют свои собственные названия: половина, треть и четверть. Эти доли выражают довольно большие части целого. А в тех случаях, когда нужны маленькие части, обычно используют *проценты*. Слово процент происходит от латинских слов *pro centum* (на сто) и означает сотую долю целого. Проценты обозначают с помощью специального значка «%». Например, 1% — это 0,01 часть целого, 12,5% — это 0,125 целого и т. п.

809. Верно ли, что:

- 1) 1% от 1 м равен 1 см; 3) 1 а равен 1% от 1 га;
2) 1% от 1 кг равен 1 г; 4) 1 дм² равен 1% от 1 м²?

810. Найдите целое, если 1% от него составляет:

- 1) 0,03 г; 2) 25 м²; 3) 100 р.; 4) 92 человека.

811. Какое число отличается от других:

- 1) 1% от 34; $0,01 \cdot 34$; $0,1 \cdot 34$; $\frac{1}{100} \cdot 34$;
2) $\frac{1}{2} \cdot 224$; $0,2 \cdot 224$; $0,5 \cdot 224$; 50% от 224;
3) $0,25 \cdot 56$; 25% от 56; $\frac{1}{4} \cdot 56$; $0,2 \cdot 56$;
4) $0,2 \cdot 49$; 20% от 49; $\frac{1}{5} \cdot 49$; $\frac{1}{2} \cdot 49$?

812. Сколько процентов целого приходится на его:

- 1) половину; 2) четверть?

813. 1) Какой процент фигуры закрашен на рисунке 169?

2) Определите площадь всей фигуры, если площадь ее закрашенной части равна: а) 5 м²; б) 90 м²; в) 150 м².

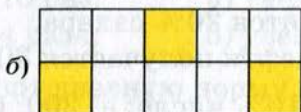
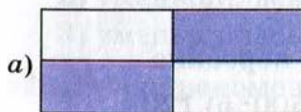


Рис. 169

Проценты люди начали применять задолго до изобретения десятичных дробей, но и в наши дни трудно найти газету, в которой не говорилось бы о повышении или понижении каких-то величин на несколько процентов. О процентах по вкладам говорят в банке, да и в школе часто можно услышать, например, о проценте успеваемости учащихся.

Правило чтения процентов

В слове «процент» ударение ставится на второй слог во всех падежах в единственном и множественном числе.

Слово «процент» читается в том же падеже, что и числительное.

814. Найдите:

- | | | |
|---------------|------------------|----------------|
| 1) 1% от 435; | 4) 50% от 224; | 7) 25% от 484; |
| 2) 2% от 111; | 5) 100% от 12,3; | 8) 20% от 555; |
| 3) 5% от 125; | 6) 12% от 1,1; | 9) 10% от 4. |

815. Ответьте на вопросы.

1) Как найти:

- а) 1% от числа a ; б) 2% от числа a ; в) 10% от числа a ?

2) Чему равно:

- | | |
|------------------------|-----------------------|
| а) 100% от числа a ; | в) 25% от числа a ; |
| б) 50% от числа a ; | г) 20% от числа a ? |

816. Найдите число, зная, что:

- | | | | | |
|-------------------|-------|---------|----------|----------|
| 1) 1% его равен: | а) 3; | б) 40; | в) 2,4; | г) 0,07; |
| 2) 2% его равны: | а) 7; | б) 15; | в) 6,5; | г) 0,11; |
| 3) 10% его равны: | а) 6; | б) 235; | в) 0,32; | г) 0,02; |
| 4) 34% его равны: | а) 2; | б) 10; | в) 0,11; | г) 5,6. |

817. Объясните смысл предложения.

- 1) Из молока получается 25% сливок.
- 2) В свекле содержится 20% сахара.
- 3) При перегонке нефти получается 30% керосина.

818. 1) Уменьшите на 10% число: а) 200; б) 500; в) 120.

- 2) Увеличьте на 5% число: а) 30; б) 140; в) 1000.

819. Что больше:

- 1) 13% от 19 или 19% от 13;
- 2) 2,3% от 15 или 12% от 150;
- 3) 21% от 65 или 15% от 91?

820. В первой строке таблицы указываются проценты, во второй — равное им число. В третьей строке записывается число, которое принято за 100%. Заполните пустые клетки таблицы.

Проценты	5%	40%		12%	15%	
Число, соответствующее этим процентам	35		100	60		3
Число, принятое за 100%		7	200		75	15

При сравнении двух величин за 100% принимается та, с которой проводится сравнение. Во всех задачах на проценты сначала следует понять, какая величина принимается за 100%.

821. 1) Сколько процентов составляет:

- | | |
|------------------------|------------------------|
| а) число 2 от числа 5; | в) число 9 от числа 6; |
| б) число 5 от числа 2; | г) число 7 от числа 8? |

2) На сколько процентов:

- | | |
|----------------------------|----------------------------|
| а) число 2 меньше числа 5; | в) число 9 больше числа 6; |
| б) число 5 больше числа 2; | г) число 7 меньше числа 8? |

822. На сколько процентов изменилась величина, если она:

- | | |
|--------------------------|----------------------------|
| 1) увеличилась в 2 раза; | 4) увеличилась в 8 раз; |
| 2) уменьшилась в 10 раз; | 5) увеличилась в 10 раз; |
| 3) уменьшилась в 4 раза; | 6) увеличилась в 1,5 раза? |

823. Врачи рекомендуют дневную норму питания распределить на 4 приема: утренний завтрак должен составлять 25%,

второй завтрак — 15%, обед — 45%. Сколько процентов дневной нормы питания должно приходиться на ужин?

824●. Прочитайте задачу и скажите, какая величина принята за 100%? Известна ли эта величина? Как найти 1%? Как ответить на вопрос задачи?

1) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Это значит, что внесенная сумма через год увеличивается на 11%. На сколько увеличится вклад, составляющий 2500 р., через год?

2) В банке по некоторому вкладу начисляют 11% годовых. Через год сумма на вкладе увеличилась на 561 р. Какая сумма была внесена в банк?

3) В банк положили 3200 р., а через год на счету оказалось на 256 р. больше. Сколько процентов годовых начислил банк по этому вкладу?

825. Прочитайте задачу и скажите, что в ней принято за 100%, как найти 1%? Решите задачу.

1) В 5 «А» классе учатся 25 учеников, из них 80% занимаются спортом. Сколько учеников занимаются спортом?

2) 15 человек, которые составляют 50% класса, изучают немецкий язык. Сколько учеников в классе?

3) 13 учеников из 20 занимаются в танцевальном кружке. Сколько процентов учеников ходят в танцевальный кружок?

4) В школе 1000 учеников. В пятых классах учатся 10% всех учащихся школы. Сколько в школе учеников пятых классов?

5) 1% всех учеников школы заболели гриппом. Сколько учеников в школе, если грипп у пяти школьников?

826. Что принято за 100%? Какая величина приходится на 1% в следующих задачах? Решите задачи.

1) Из 30 учеников класса 40% составляют девочки. Сколько девочек в этом классе?

2) В пятых классах 12 девочек, что составляет 20% числа всех пятиклассников школы. Сколько в школе пятиклассников?

3) Какой процент в вашем классе составляют:

а) мальчики;

б) девочки?

- 827.** 1) Катя прочитала 30% книги. Сколько страниц в книге, если ей осталось прочитать 140 страниц?
2) Катя прочитала 30% книги, в которой 140 страниц. Сколько страниц прочитала Катя?
3) В книге 140 страниц. Катя прочитала 35 страниц. Какой процент книги Кате осталось прочитать?
- 828.** 1) Какую заработную плату начисляют работнику, если после уплаты 13% налогов он получает на руки 8700 р.?
2) Фирма платит рекламным агентам 5% от стоимости заказа. На какую сумму надо найти заказы, чтобы заработать 1 млн р.?
- 829.** Из 48 кг свежих вишен получается 9,6 кг сушеных. Сколько процентов от массы свежих вишен это составляет? Чему равен процент усушки?
- 830.** Зерна кофе при жарке теряют 12% своей массы. Сколько обжаренного кофе получится из 1,5 кг свежего?
- 831.** 1) Размер единого социального налога составляет 13%. Сколько рублей нужно заплатить с суммы:
а) 20 000 р.; б) 150 000 р.; в) 500 000 р.; г) 1 000 000 р.?
2) Какой будет заработная плата после повышения на 23%, если до повышения она составляла:
а) 2500 р.; б) 5600 р.; в) 10 000 р.?
3) В магазине идет распродажа товаров со скидкой 15%. Найдите новые цены товаров, которые имели первоначально цену: а) 2250 р; б) 15300 р; в) 10500 р; г) 450 р.
- 832.** Редактор прочитал в первый день 33% всей книги, во второй день — 32% всей книги и закончил чтение в третий день. Сколько страниц читал редактор каждый день, если в книге 200 страниц?
Ответьте на вопросы и решите задачу.
1) Что принято за 100%?
2) Сколько страниц приходится на 1%?
3) Сколько страниц редактор прочитал в первый день?

- 4) Сколько страниц редактор прочитал во второй день?
- 5) Сколько страниц редактор прочитал за первые два дня?
- 6) Сколько страниц редактор прочитал в последний день?

833. В магазине в первый день продали 52%, а во второй день — 34% всех завезенных апельсинов. В третий день были проданы 28 кг апельсинов. Сколько килограммов апельсинов продали в первый и сколько во второй день?

Ответьте на вопросы и решите задачу.

- 1) Что принято за 100%?
- 2) Сколько процентов апельсинов продали в первый и во второй день вместе?
- 3) Сколько процентов апельсинов продали в третий день?
- 4) Сколько килограммов апельсинов приходится на 1%?
- 5) Сколько килограммов апельсинов продали в первый день?
- 6) Сколько килограммов апельсинов продали во второй день?

834. Школьники организовали выставку марок. Из числа представленных на выставку марок 18% были о животных, 40% о спорте, и еще 21 марка на другие темы. Сколько было марок на выставке?

835. Для изготовления миндального пирожного требуется масла и миндаля поровну по 12,5%, в 2 раза больше сахара, а остальное — мука. Сколько потребуются миндаля, если муки и сахара взяли 1 кг 200 г?

836. Для приготовления бетона требуется 40% цемента, 30% песка, а остальное — мелкий камень. Сколько следует взять песка, цемента и мелкого камня для изготовления 180 кг бетона?

837. При помоле пшеницы получается 81% муки, 2% манной крупы и 17% кормовых отходов. Сколько муки и манной крупы получится из 1,5 т зерна? Сколько килограммов пшеницы нужно перемолоть, чтобы получить: 1) 1 кг муки; 2) 1 кг манной крупы? (Ответ округлите до десятых.)

838●. Начертите в тетради квадрат со стороной 10 клеток. Этот квадрат будет планом поля. Покажите на рисунке части поля, занятые каждой культурой, если известно, что на 15% поля засеяна рожь, на 29% — овес, на 13% — гречиха, а остальная часть занята пшеницей. Сколько процентов поля занимает пшеница?

839●. 1) Светлана решила увеличить свою фотографию на 250%. Какой процент площади новой фотографии составит исходный снимок?

2) Мария решила уменьшить фотографию так, чтобы она поместилась в рамку. Она рассчитала, что для этого ей придется уменьшить все размеры снимка на 8%. Какой процент площади исходной фотографии составит ее уменьшенная копия? (Ответ округлите до десятых.)

Задачи на смекалку

840. Что больше: 15,5% от 49 или 49% от 15,5?

841. Найдите наименьшее натуральное число, 20% которого больше, чем 1,2?

842. Мультфильм «Шрек» смотрели все 30 учеников класса. При этом «Шрек-1» посмотрели 90% учеников, а «Шрек-2» — 70%. Сколько учеников видели и «Шрек-1», и «Шрек-2»?

843. Разгадайте ребусы.



Контрольные вопросы и задания

1. Найдите 1% от числа: а) 3457; б) 2,45.
2. Ответьте на вопросы.
 - 1) Как найти проценты от числа?
 - 2) Как найти число по его процентам?
 - 3) Как узнать, какой процент составляет одно число от другого?
3. Решите задачи.
 - 1) Из молока получают 12% творога. Сколько творога можно получить из 25 кг молока? Сколько нужно взять молока, чтобы получить 1 кг творога?
 - 2) С понедельника по пятницу чайник «Tefal» в магазине стоит 860 р., а в субботу его цена составляет 817 р. На сколько процентов магазин снижает цену на чайник по субботам?

30

Среднее арифметическое чисел

Во многих видах спорта выступление участника оценивается одновременно несколькими судьями. Оценки судей часто оказываются различными. Чтобы объективно оценить выступление спортсмена, выводится так называемый *средний балл*. Все выставленные значения оценок складываются, и полученная сумма делится на число оценок. Так, например, если пять судей дали спортсмену оценки 9,1; 9,3; 9,5; 9,5; 9,2, то средний балл равен дроби

$$\frac{9,1 + 9,3 + 9,5 + 9,5 + 9,2}{5} = 9,32.$$

Сумму чисел, деленную на число слагаемых, называют *средним арифметическим* этих чисел.

844. Найдите устно среднее арифметическое чисел:
- 1) 15 и 17; 3) 11, 12 и 13; 5) 2,7 и 0,7;
 - 2) 123 и 11; 4) 120, 240 и 360; 6) 1,5, 1,6 и 1,7.
845. Найдите среднее арифметическое чисел и округлите результат до сотых:
- 1) 12,0765 и 2,1725; 3) 1001; 10,01; 0,001;
 - 2) 0,2614; 1,012 и 2,3; 4) 56,03; 4,35; 0,2; 150,0027.
846. Сравните:
- 1) 1,34 и среднее арифметическое чисел 1,33 и 1,35;
 - 2) среднее арифметическое чисел 3,6; 2,7; 1,2 и среднее арифметическое чисел 2,46; 3,02; 1,72?
847. Отметьте на координатном луче точки $A(2,7)$, $B(5,3)$ и точку C , координаты которой являются средним арифметическим координат точек A и B .
- 848●. 1) Выберите длину единичного отрезка, изобразите нужный фрагмент координатного луча и отметьте на нем указанные числа и их среднее арифметическое:
- а) 1,4 и 2,8; в) 362 и 370;
 - б) 12,2 и 14,4; г) 1200 и 1450.
- 2) Как расположено среднее арифметическое по отношению к заданным числам?
- 849●. На координатных лучах (рис. 170) отмечены точки A , B и M так, что координата точки M равна среднему арифметическому координат точек A и B . Координаты двух из этих точек даны. Найдите координату третьей точки.

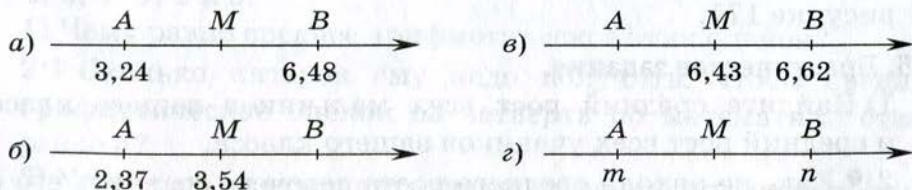


Рис. 170

850°. Запишите среднее арифметическое чисел:

1) a и c ;

3) a , b и c ;

2) $a - 2$ и $a + 2$;

4) $a + 1$, $a + 2$, $a + 3$, $a + 4$.

851. Пройдя 100 м на школьном стадионе, Саша насчитал 182 своих шага. Возвращаясь из школы домой, Саша сделал 1340 шагов.

1) Какова средняя длина одного Сашиного шага?

2) На каком расстоянии от школы живет Саша?



852. Практическое задание.

1) Измерьте среднюю длину своего шага.

2) Используйте найденное значение для того, чтобы найти:

а) длину школьного коридора;

б) длину класса;

в) расстояние от своего дома до школы.

853. После медицинского осмотра учеников 5 «А» класса учитель предложил на уроке для сравнения два частных, в которых рассчитывался средний рост девочек и мальчиков: девочки — $2019 : 14$; мальчики — $1811 : 12$. Средний рост учеников находится как среднее арифметическое.

1) Можно ли из выражений понять, сколько учеников в классе? Сколько в классе мальчиков и сколько девочек?

2) У кого средний рост больше: у мальчиков или у девочек этого класса?

854. Найдите средний рост семьи Ивановых, представленной на рисунке 171.

855. Практическое задание.

1) Найдите средний рост всех мальчиков вашего класса и средний рост всех учеников вашего класса.

2)• Как, не находя среднего роста девочек, сравнить его со средним ростом мальчиков?



Рис. 171

856. 1) Найдите среднее арифметическое оценок вашего класса за последнюю контрольную работу. Округлив это среднее арифметическое до целых, определите средний балл вашего класса за эту контрольную работу.

2) Найдите среднее арифметическое всех своих отметок по математике за эту четверть. Округлите его до целых. Устроит ли вас такая четвертная отметка?



3) ● Как вы думаете, средний балл вашего класса за год лучше находить, как среднее арифметическое всех отметок, полученных в этом году, или как среднее арифметическое всех четвертных отметок?

857. Ученик в начале четверти получил по математике оценки: 2, 3, 4, 3, 2 и 5.

1) Чему равно среднее арифметическое этих оценок?

2) ● Сколько пятерок ему надо получить, чтобы среднее арифметическое оценок за четверть по математике стало равно 4?

3) Успеет ли он исправить четвертную оценку, если до конца четверти осталось 5 уроков?

858●. В 5 классе после уроков ребята провели соревнование на скорость чтения. В соревновании участвовали 7 человек. Каждый читал текст в течение 5 мин. Вот их результаты: 105, 121, 131, 116, 125, 135, 149 слов в минуту. Какова средняя скорость чтения у ребят, участвовавших в соревнованиях?

859. Практическая работа.

- 1) Найдите свою скорость чтения.
- 2)○ На сколько процентов она отличается от скорости чтения вашего соседа по парте?

860●. Лодка прошла 12 км по течению реки и вернулась обратно. Скорость лодки по течению реки 6 км/ч, а против течения ее скорость 4 км/ч.

- 1) Какую среднюю скоростью имела лодка на всем маршруте?
- 2) Чем является среднее арифметическое скоростей лодки по течению реки и против течения?
- 3) На сколько процентов отличается среднее арифметическое скоростей от средней скорости лодки?

861○. Лесничий добирался до дома сложным маршрутом: 3,2 ч он ехал на машине по шоссе со скоростью 90 км/ч, затем 2,5 ч на мотоцикле по проселочной дороге со скоростью 40 км/ч, последние 0,5 ч он шел пешком по лесу со скоростью 6 км/ч.

- 1) С какой средней скоростью двигался лесничий?
- 2)● Равна ли его средняя скорость среднему арифметическому скоростей, с которыми он двигался на разных участках маршрута?

Задачи на смекалку

862. Может ли среднее арифметическое 35-и натуральных чисел равняться 6,35?

863. Среднее арифметическое шести чисел равно 345, а среднее арифметическое четырех других чисел равно 555. Чему равно среднее арифметическое всех десяти чисел?

864. 1) Семья состоит из отца, матери и двух детей. Средний возраст членов семьи равен 19,75 лет. Когда мама вышла из комнаты, средний возраст оставшихся в комнате членов семьи стал равен 16 годам. Сколько лет маме?
- 2) Средний возраст членов многодетной семьи составляет 15 лет. Маме с папой вместе 70 лет. Сколько детей в многодетной семье, если средний возраст детей 7 лет?

Контрольные вопросы и задания

1. Приведите примеры ситуаций, где требуется найти среднее арифметическое.
2. На соревнованиях по фигурному катанию судьи оценили технику выступления спортивной пары баллами: 4,8; 5,0; 5,2; 5,2; 5,0; 5,3. Какую оценку за технику получила эта пара?
3. Среднее арифметическое трех чисел равно 56,7. Одно из них число 21,3, другое — 19,8. Найдите третье число.

Натуральные числа и нуль

865. 1) Вычислите:

а) $P = 34 \cdot 10$;

д) $K = 809\,000 : 1000$;

б) $\Phi = 56 \cdot 100$;

е) $E = 1\,002\,500 \cdot 10$;

в) $A = 630 : 10$;

ж) $T = 710\,000 : 10\,000$;

г) $M = 700 : 100$;

з) $I = 450 \cdot 1\,000\,000$.

2) В нижнюю строку таблицы впишите буквы, соответствующие числам верхней строки. Получится название раздела математики, изучающего свойства чисел и действий с ними.

63	340	450 000 000	5600	7	10 025 000	71	450 000 000	809	63

Слово «арифметика» происходит от греческого слова *арифмос*, что означает «число». Можно сказать, что *арифметика — это наука о числах*.

Арифметика возникла в странах Древнего Востока: Египте, Вавилоне, Китае и Индии, накопленные математические знания которых были развиты и продолжены учеными Древней Греции.

Термин *натуральное число* впервые употребил в V в. в своей книге «О введении в арифметику» Боэций — римский ученый, переводивший на латынь работы математиков прошлого.

Натуральные числа служат фундаментом всей математической науки.

Первыми записями чисел были зарубки на деревянных брусках, а позднее черточки. Для обозначения больших чисел стали применять специальные знаки-цифры. Вы познакомились с арабскими цифрами, составляющими основу десятичной нумерации.

В Древней Руси для записи чисел использовались буквы алфавита. Чтобы отличить буквы от цифр, над буквами ставили специальный знак — *титло*. Первые девять букв алфавита обозначали единицы, следующие девять букв — десятки, а последние девять букв — сотни. Число десять тысяч называли словом «*тьма*».

В таблице показана связь между некоторыми старинными русскими (славянскими), арабскими цифрами и современным русским алфавитом.

Арабские цифры	1	2	3	4	5	6	7
Славянские цифры	Ѡ	Ѣ	Ѧ	Ѩ	Ѥ	Ѭ	Ѯ
Русские буквы	А	В	Г	Д	Е	Ж	З

866●. Даны некоторые числа в древнерусской системе записи: ТКВ — 322, ТЛГ — 333, УЛА — 431, УОЗ — 477, РКВ — 122.

1) Запишите в десятичной системе нумерации числа, записанные в древнерусской системе: РКГ, РМД, СНЕ, ФПИ.

2) Запишите в древнерусской системе числа: 244, 353, 627.

3) Как вы думаете, позиционным или непозиционным является древнерусский способ записи чисел? Ответ обоснуйте.

В Древнем Риме была создана своя система нумерации. Она используется и по сей день. Римские цифры мы можем увидеть на фронтонах некоторых старинных зданий, в книгах, где ими нумеруют главы, да и номер нашего двадцать первого века обычно записывают в римской системе счисления.

В римской нумерации цифрами являются некоторые буквы языка древних римлян — латыни.

Нумерация	Число						
Арабская	1	5	10	50	100	500	1000
Римская	I	V	X	L	C	D	M

Существует несколько гипотез о происхождении римских цифр. Одни считают, что V обозначает раскрытую ладонь с пятью пальцами, а X — две скрещенные руки. Другие же полагают, что к появлению знака X привело перечеркивание десяти черточек, а V — это половина от X.

Где бы в записи числа ни стояла римская цифра, она всегда обозначает одно и то же число. Однако и в римской системе счисления есть некоторые правила записи чисел.

Правила записи чисел в римской системе

① Одна и та же цифра не записывается подряд более трех раз.

② Меньшая цифра (цифра, соответствующая меньшему числу), стоящая справа от большей, показывает, что числа следует сложить, а меньшая цифра, стоящая слева от большей, — что меньшее число надо вычесть из большего.

③ Цифры записываются слева направо в порядке убывания.

Например, число MDCCLXXIX =

$$= 1000 + 500 + 100 + 100 + 50 + 10 + 10 + (10 - 1) = 1779.$$

867. Запишите следующее и предыдущее натуральные числа для каждого из чисел:

1) V; 2) X; 3) L; 4) C; 5) D; 6) M

в системе счисления:

а) в арабской;

б) в римской.

868. Запишите, пользуясь римскими цифрами:

1) год своего рождения;

2) год, в котором вы должны закончить школу.

869°. Запишите все числа, которые можно составить из цифр:

- 1) I и X; 2) C и D.

870°. 1) Запишите римские числа VII, XIX, XLVII, MDCLXVI, MMDCCCXIX в арабской системе счисления.

2) Как вы думаете, позиционной или непозиционной является римская система счисления? Ответ обоснуйте.

871°. Из палочек выложено равенство:

$$VI - IV = XI \quad VII - IV = X$$

а)

в)

$$VII = V - I \quad VI + V = IX$$

б)

г)

Как получить верное равенство, переложив всего одну палочку?

Современная десятичная запись натуральных чисел появилась в Индии в VI в. В VII—VIII вв. ее переняли арабы, а затем с ней познакомились и в странах Европы, где ее называли арабской. Интересно, что сами арабы по-прежнему называют свою систему индийской. Как ни странно, но до XVIII в. в Европе в официальных документах разрешалось использовать только римские цифры, и лишь с начала XIX в. арабскую нумерацию стали применять повсеместно.

В России в 1703 г. вышел первый российский учебник математики «Арифметика сиречь наука числительная...», автором которого был преподаватель навигацкой школы Леонтий Филиппович Магницкий (1669—1739). В текстах и упражнениях учебника использовались современные арабские цифры, однако год издания книги и номера страниц были даны в славянской нумерации. Русские названия арабских чисел непосредст-

венно связаны с десятичной системой счисления. Так, например, шестнадцать означает «шесть на десять», шестьдесят — «шесть десятков», а шестьсот — «шесть сотен».

872. 1) Используя только цифры 8 и 0, запишите и прочитайте несколько шестизначных чисел.

2)* Сколько всего различных шестизначных чисел можно записать, используя только цифры 8 и 0?

873. Сколько всего можно составить различных трехзначных чисел, у которых сумма цифр равна:

- 1) одному; 2) двум; 3) трем?

874. 1) Прочитайте число:

- а) 340; в) 4 050 702; д) 36 000 780;
б) 90 236; г) 500 000 006; е) 34 343 434.

2) Представьте число в виде суммы разрядных слагаемых.

875. Как вы думаете, до какого разряда произведено округление?

1) Территория России занимает 17 075 400 км².

2) Население России составляет 146 300 000 человек.

3) Самый многонаселенный город России — Москва, более 9 000 000 жителей.

4) Великая Китайская стена, длиной примерно 6400 км, была построена для защиты границ Китая от набегов кочевников в 240—210 гг. до н. э.

5) Амазонка — самая протяженная река мира, ее длина 7000 км.

Под округлением натурального числа понимают замену его таким ближайшим по значению числом, в котором одна или несколько последних цифр заменены нулями.

876. Округлите числа в предложениях так, как вам представляется целесообразным.

1) Волга — это самая длинная река в Европе, ее протяженность 3531 км.

- 2) Самый высокий водопад в Европе — Гаварни во Французских Пиренеях имеет высоту 421 м.
- 3) Самое глубокое озеро мира — Байкал с наибольшей глубиной 1625 м.
- 4) Самая высокая гора мира — Эверест в Гималаях имеет высоту 8848 м.

877. Даны числа: 15, 20, 25, 28, 30, 36, 48, 56, 72. Выберите из них те числа:

- 1) которые делятся без остатка на: а) 3; б) 4; в) 5; г) 8;
- 2) $\circ$ которые делятся без остатка на:
а) 2 и 3; б) 3 и 5; в) 2, 4 и 8; г) 2, 3 и 5.

878 $\bullet$. Существует ли число, которое:

- 1) равно своему квадрату;
- 2) равно своему кубу;
- 3) больше своего квадрата?

879 $\bullet$. 1) Какой цифрой оканчивается произведение всех двузначных чисел?

2) Какой цифрой оканчивается произведение всех нечетных двузначных чисел?

880. Сравните числа:

- 1) 909 и 990; 3) 800 068 и 80 069;
- 2) 34 768 и 3698; 4) 503 857 и 503 861.

881. 1) Прочитайте двойные неравенства:

- а) $1 < 9 < 11$; г) $432 < 500 < 799$;
- б) $55 < 50 < 5$; д) $9000 < c > 10\,000$;
- в) $599 < 600 < 601$; е) $11\,000 < d < 10\,100$.

2) Найдите ошибки и исправьте их.

882 $\circ$. Запишите все натуральные числа, которые можно поставить вместо буквы так, чтобы получилось верное неравенство:

- 1) $x < 5$; 4) $28\,098 < y < 28\,111$;
- 2) $298 < x < 300$; 5) $\bullet 1 < t + 1 < 9$;
- 3) $1205 < y < 1215$; 6) $\bullet 10 < s - 3 < 15$.

883. 1) Сравните числа: а) a и b ; б) a и c ; в) d и a ; г) d и c , которые являются координатами соответствующих точек (рис. 172):

2)● Составьте двойные неравенства для чисел, обозначенных данными буквами.



Рис. 172

884●. 1) Расставьте точки с координатами l , k , m и n на координатном луче, если известно, что m больше n , но меньше k , а k меньше l .

2) Какой буквой обозначена наибольшая из координат?

3) Какой буквой обозначена наименьшая из координат?

4) Составьте двойные неравенства для чисел, обозначенных данными буквами.

885. На рисунке 173 изображены координатные лучи.

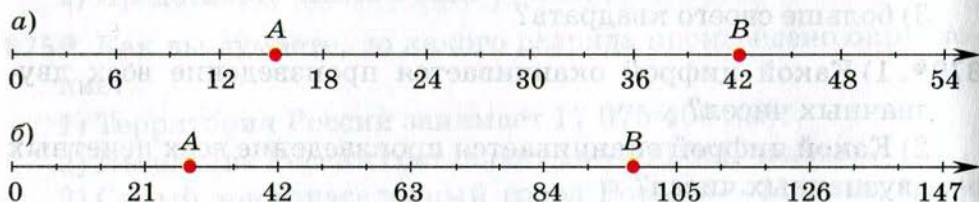


Рис. 173

1) Найдите координаты точек A и B .

2) Найдите расстояние AB .

886●. 1) Как изменится координата точки $C(17)$, если точку передвинуть:

а) на 5 единиц влево;

б) на 10 единиц вправо?

2) Куда переместится точка $K(10)$, если ее координату:

а) увеличить на 20;

б) уменьшить на 10?

Назовите новую координату точки.

887●. Представьте, что на координатном луче изображена точка с координатой a .

1) Где будут расположены точки, имеющие координаты $a + 1$ и $a - 1$?

- 2) Чему равно расстояние между этими точками?
3) Каково расстояние от точек $a + 1$ и $a - 1$ до точки с координатой a ?

888●. Представьте, что на координатном луче изображены точки с координатами $a + 2$ и $a - 2$.

- 1) Где будет расположена точка с координатой a ?
2) Каково расстояние между точками с координатами $a + 2$ и $a - 2$?

До XV в. общепринятых арифметических знаков не было. В XV—XVI вв. стали применять для сложения букву p — первую букву слова *plus* (более), а для вычитания букву m — первую букву слова *minus* (менее). Использовали также латинское слово *et* (союз «и»), которое в скорописи постепенно превратилось в знак «+». Современные знаки «+» и «-» стали встречаться в 80-х годах XV в. Знак умножения « $\times$ » был введен в 1631 г. английским математиком Вильямом Оутредом (1574—1660). Точку для обозначения умножения стал использовать знаменитый немецкий математик XVII в. Готфрид Вильгельм Лейбниц (1646—1716). Он же предложил двоеточие для обозначения действия деления. Знак « $=$ » был введен английским врачом Робертом Рекордом в 1557 г.

Современные знаки действий и равенства входили во всеобщее употребление медленно и стали общепринятыми лишь в конце XVII в.

889. Прочитайте выражение и устно найдите его значение:

- 1) $4708 + 58$; 3) $250 : 2$; 5) $120 \cdot 4 + 130 \cdot 4$;
2) $1000 - 215$; 4) $9340 \cdot 3$; 6) $(27 + 53) : (21 - 17)$.

890●. Зная, что $88 \cdot 125 = 11\,000$, устно найдите значение выражения:

- а) $880 \cdot 125$; г) $44 \cdot 125$; ж) $176 \cdot 125$;
б) $88 \cdot 1250$; д) $11 \cdot 125$; з) $176 \cdot 250$;
в) $880 \cdot 1250$; е) $44 \cdot 250$; и) $44 \cdot 25$.

891. Найдите среднее арифметическое чисел:

- 1) 325 и 527; 3) 68, 406, 591 и 1059;
2) 1207 и 508; 4) 2045, 78, 11 839.

892. Замените звездочку числом так, чтобы получилось верное равенство:

- 1) $235 \cdot * = 2350$; 4) $345\,000\,000 : * = 1\,000\,000$;
2) $1000 \cdot * = 45\,000$; 5) $* \cdot 367 = 36\,700$;
3) $1\,100\,000 : * = 110$; 6) $* : 10\,000 = 71$.

893. Вычислите рационально:

- 1) $369\,369 : 123 + (601 - 599)(93 - 57) \cdot 50 -$
 $-(357 \cdot 27 - 57 \cdot 27) : 270 + 27$;
2) $((278\,278 \cdot 139 + 139 \cdot 21\,722) : 60\,000 + (61 \cdot 49 -$
 $- 61 \cdot 44)) : 100 + 42 : 3$.

Таблицы квадратов и кубов чисел были составлены еще древними вавилонянами. Древнее происхождение имеет и таблица умножения. Ею пользовались вавилоняне, греки, римляне и другие народы. Наиболее ранняя, известная таблица умножения от 1×1 до 10×10 содержится в «Арифметике» греческого математика Никомаха из Геразы (I—II вв.). Передаваясь от народа к народу, из поколения в поколение, таблица умножения дошла и до нас. Есть она и на форзаце нашего учебника.

Знание таблицы умножения всегда считалось необходимым для каждого ученика.

894. С помощью таблицы квадратов двузначных натуральных чисел, которая размещена на форзаце:

- 1) найдите: а) 61^2 ; б) 73^2 ;
2) проверьте, верно ли неравенство:
а) $1100 < 34^2 < 1200$; б) $6000 < 82^2 < 6500$;
3) запишите в виде двойного неравенства три последовательных натуральных числа, средним из которых является:
а) 32^2 ; б) 56^2 ; в) 73^2 ; г) 83^2 .

895●. 1) Существует ли квадрат, сторона которого выражается натуральным числом метров, а площадь равна:

- а) 16 м^2 ; б) 121 м^2 ; в) 3025 м^2 ; г) 5043 м^2 ?

2) Если такой квадрат существует, найдите его периметр.

896. Запишите выражение и найдите его значение:

- 1) два в пятой степени;
- 2) три в квадрате;
- 3) четыре в кубе;
- 4) сто во второй степени;
- 5) основание степени восемь, а показатель степени два;
- 6) основание степени десять, а показатель степени шесть.

897○. Найдите значение выражения:

- | | | |
|---------------------------|---------------------------|-------------------------|
| 1) $43 \cdot 42 - 41^2$; | 3) $35^2 - 34 \cdot 32$; | 5) $(12 + 18)^2 : 12$; |
| 2) $43 \cdot 41 - 41^2$; | 4) $35^2 - 32 \cdot 35$; | 6) $(12 + 12^2) : 12$. |

898●. Верны ли равенства:

- 1) $(20\,732 \cdot 45 - 732 \cdot 45) : 900 = 1001$;
- 2) $(32\,048 \cdot 809 + 77\,952 \cdot 809) : 809 = 110\,000$?

899. Самое большое в мире письмо написал персидский шах турецкому султану в XVI в. Найдите площадь письма, если известно, что его длина 10 м, а ширина 7 м.

900. 1) Сколько сантиметров проволоки требуется для изготовления каркаса куба с длиной ребра 5 см?

2) Найдите объем и площадь поверхности куба, имеющего такую длину ребра.

901. На олимпиадах в Древней Греции длина беговой дорожки составляла примерно 192 м — это, согласно легенде, 600 длин ступни знаменитого Геракла. Найдите длину ступни Геракла. Сколько ступней Геракла нужно было отмерить на дорожке в 6912 см?

902. Старинная задача. Одного мужика спросили, сколько у него денег. Он ответил: «Мой брат втрое богаче меня, отец

второе богаче брата, дед второе богаче отца, а у всех нас ровно 1000 р. Вот и узнайте, сколько у меня денег».

903. 1) Путешественник 3 ч ехал на поезде и 5 ч на теплоходе. Какое расстояние проехал путешественник, если скорость поезда 85 км/ч, а скорость теплохода 30 км/ч? С какой средней скоростью передвигался путешественник?

2) Автобус 3 ч шел со скоростью 35 км/ч и 4 ч со скоростью 40 км/ч. Какое расстояние проехал автобус за все это время? Какова была средняя скорость автобуса на всем маршруте?

904. 1) Скорость катера, идущего против течения реки, 11 км/ч, скорость течения реки 4 км/ч. Найдите собственную скорость катера и его скорость по течению реки.

2) Скорость теплохода, идущего по течению реки, 43 км/ч. Скорость течения реки 3 км/ч. Найдите собственную скорость теплохода и его скорость против течения реки.

905. Из пункта *A* в пункт *B* по течению реки лодка плывет 3 ч, а обратно — 4 ч. Найдите собственную скорость лодки, если расстояние от *A* до *B* равно 24 км.

Буквы и различные математические знаки медленно входили во всеобщее употребление. До XV в. все величины записывались словами. Алгебру того времени поэтому называют *риторической*, т. е. словесной. Лишь во второй половине XV в. в некоторых странах Европы появились первые буквенные символы.

В конце XVI в. французский математик Франсуа Виет (1540—1603) ввел буквы для обозначения не только неизвестных, но и любых чисел.

Создание буквенной символики, происходившее во многих странах мира, было завершено в XVII в., и к первой половине XVIII в. установилась общепризнанная система записи буквенных выражений.

Скобки и современный знак равенства встречаются впервые в трудах математиков XVI в. Знаки неравенства « $<$ » и « $>$ » бы-

ли введены в первой половине XVII в. английским ученым Гарриотом.

Изобретение математических знаков и символов значительно облегчило изучение математики и ускорило ее развитие.

906. 1) Прочитайте:

а) $(a + b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$;

д) $a + (b + 58)$;

б) $56 < 136$;

е) $(900 - 150) : 10$;

в) $74 - 9 = 63$;

ж) $5\,001\,145 + 743$;

г) $x : 10 = 100$;

з) $x < 5$.

2) Назовите:

а) выражения; б) равенства; в) неравенства; г) уравнения.

907. Прочитайте выражение:

1) $a + 255$;

3) $46 \cdot c$;

5) $m + (34 + n)$;

7) $c \cdot (d : 10)$;

2) $900 - b$;

4) $d : k$;

6) $(9 - b) \cdot 100$;

8) $d : (k - t)$.

908. Найдите значение выражения:

1) $a + b$ при $a = 75$, $b = 66$;

3) $a \cdot b$ при $a = 200$, $b = 50$;

2) $a - b$ при $a = 101$, $b = 67$;

4) $a : b$ при $a = 564$, $b = 2$.

909●. Разделив число a на число b с остатком, получили выражение $a = bc + k$. Чему равно: 1) $a - bc$; 2) $a - k$; 3) k ; 4) c ?

910. Выполните деление с остатком:

1) $13 : 4$;

3) $61 : 18$;

5) $1955 : 15$;

2) $18 : 5$;

4) $1332 : 13$;

6) $2301 : 201$.

911○. По формуле $a = bq + r$ найдите:

1) a , если $b = 23$, $q = 31$, $r = 21$;

2) b , если $a = 45\,114$, $q = 15$, $r = 9$;

3) q , если $a = 2427$, $b = 17$, $r = 13$;

4) r , если $a = 5760$, $b = 230$, $q = 25$.

Еще 4000 лет назад древние вавилоняне и египтяне решали различные задачи землемерия, строительства и военного дела с помощью уравнений. Задачи, решаемые с помощью уравнений, встречаются во многих текстах глубокой древности.

В московском папирусе, датированном 1850 г. до н. э. (московским он назван, поскольку хранится в Москве), содержатся задачи, в которых неизвестное имеет особый символ и название «хау» (в переводе оно означает «количество» или «куча»). Так называемое «исчисление кучи» или «вычисление хау» соответствует нашему решению задач с помощью уравнений.

912●. Угадайте неизвестное число:

1) $23 \cdot x = 23 : x$; 2) $x + x = x \cdot x$; 3) $2 \cdot x = x : 10$.

913●. При каком значении буквы верно равенство:

1) $x + 100 = 100$; 3) $73 - a = 73$; 5) $c - c = 0$;
2) $87 - a = 87$; 4) $b + 0 = 0$; 6) $b + b = 0$?

914○. Найдите неизвестное число и сделайте проверку:

1) $c \cdot 345 = 43\,815$; 2) $x : 540 = 360$; 3) $2898 : d = 23$.

915. Решите уравнение:

1) $3x + 9x + 352 = 5260$; 3) $21x - 5x - 84 = 940$;
2) $17(2x - 15) + 82 = 3193$; 4) $(3x + 41) \cdot 28 - 248 = 3000$.

916●. Найдите периметр и площадь прямоугольного треугольника, стороны которого равны: а) 5, 12 и 13; б) 6, 8 и 10. В чем особенность данных треугольников?

917○. В двух магазинах было 532 холодильника. После того как оба магазина продали холодильников поровну, в одном магазине осталось 86, а в другом — 192 холодильника. Сколько холодильников было в каждом магазине первоначально?

С древних времен людям приходилось считать предметы и измерять длины, время, площади, вести расчеты за покупки и пр. Не всегда результат выражался натуральным числом, приходилось учитывать части и доли.

В русском языке слово «дробь» появилось в VIII в., оно происходит от глагола «дробить» — разбивать. В учебниках математики XVII в. дроби назывались «ломаными числами».

В Риме пользовались двенадцатеричными дробями, т. е. дробями, у которых в знаменателе стояло число 12. Дробь $\frac{1}{12}$ римляне называли одной унцией, $\frac{5}{12}$ — пятью унциями.

918. 1) Объясните, почему три унции римляне называли четвертью, четыре унции — третью, шесть унций — половиной.

2) Объясните, о каких действиях с дробями идет речь в отрывке из произведения Горация — знаменитого римского поэта I в. до н. э., в котором описана беседа учителя с учеником в одной из римских школ этой эпохи:

«Учитель: Пусть скажет сын Альбина, сколько останется, если от 5 унций отнять 1 унцию?

Ученик: Одна треть.

Учитель. Правильно, ты сумеешь беречь свое имущество».

Первая дробь, с которой познакомились люди, была $\frac{1}{2}$, затем последовали дроби $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$ и др., т. е. самые простые дроби, доли целого, которые назывались основными дробями. В числителе этих дробей стояла единица. Египтяне, например, выражали любую дробь в виде суммы основных дробей.

Лишь значительно позже греки, а затем и индийцы стали использовать обыкновенные дроби, у которых в числителе и знаменателе могли стоять любые натуральные числа.

Это статуя древнеегипетского писца (III в. до н. э.) хранится в Луврском музее



в Париже. Возможно, скульптор запечатлел его, когда он записывал дробь.

919. Задания из папируса Ахмеса, который хранится в Лондоне в Британском музее. Найдите, какая обыкновенная дробь представлена суммой основных дробей:

1) $\frac{1}{6} + \frac{1}{66}$;

3) $\frac{1}{8} + \frac{1}{52} + \frac{1}{104}$;

2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{14} + \frac{1}{21}$;

4) $\frac{1}{66} + \frac{1}{198}$.

Обозначение дробей появилось в Древней Индии, затем им стали пользоваться арабы, а в XII—XIV вв. этому научились и европейцы. Сначала дробная черта между числителем и знаменателем не ставилась, она появилась примерно 300 лет назад. Первым среди европейских ученых стал пользоваться современной записью дроби и ввел слово «дробь» итальянский купец и путешественник Леонардо Фибоначчи в 1202 г. Названия «числитель» и «знаменатель» придумал в XIII в. Максим Плануд — греческий монах, ученый-математик.

Действия с дробями считались самым трудным разделом арифметики. В Германии и поныне сохранилось выражение «попасть в дроби», т. е. оказаться в трудном положении.

920. Сократите дроби: $\frac{4}{30}$; $\frac{21}{27}$; $\frac{14}{49}$; $\frac{300}{500}$; $\frac{111}{444}$; $\frac{25}{40}$.

921. Найдите среднее арифметическое чисел:

1) $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{4}{5}$;

3) $1\frac{1}{3}$, $2\frac{5}{6}$, $3\frac{3}{4}$;

2) $\frac{5}{6}$, $\frac{3}{7}$, $\frac{3}{14}$;

4) $5\frac{7}{8}$, $4\frac{1}{2}$, $3\frac{3}{4}$.

922. Расскажите, как на координатном луче отметить точки:

$A\left(\frac{1}{9}\right)$, $B\left(\frac{2}{9}\right)$, $C\left(\frac{3}{3}\right)$, $P\left(\frac{10}{9}\right)$, $K\left(\frac{3}{27}\right)$.

923. Между какими натуральными числами на координатном луче расположены числа:

- 1) $1\frac{3}{4}$; 2) $3\frac{5}{7}$; 3) $12\frac{9}{8}$; 4) $200\frac{9}{10}$; 5) $34\,509\frac{10}{9}$?

924°. В старинных книгах на Руси можно было встретить такие названия дробей:

$\frac{1}{2}$ — пол или полтина, $\frac{1}{5}$ — пятина,

$\frac{1}{7}$ — седьмина, $\frac{1}{10}$ — десятина.

1) Попробуйте объяснить, как появились названия:

а) $\frac{1}{4}$ — четь;

в) $\frac{1}{16}$ — полполчети;

б) $\frac{1}{8}$ — полчети;

г) $\frac{1}{32}$ — полполполчети.

2) Дробь $\frac{1}{3}$ называли третью. Догадайтесь, как называли дроби:

а) $\frac{1}{6}$;

б) $\frac{1}{12}$;

в) $\frac{1}{24}$.

3)● Объясните названия смешанных чисел:

а) $1\frac{1}{2}$ — полтора;

б) $2\frac{1}{2}$ — полтретья;

в) $3\frac{1}{2}$ — полчетверта.

4) Сохранился ли рассмотренный способ чтения дробей в наше время?

925●. В старину на Руси использовались монеты: 3 к. — алтын, 5 к. — пятак, 15 к. — пятиалтынный, 10 к. — гривенник, 20 к. — двугривенный, 25 к. — четвертак, 50 к. — полтинник.

Были и монеты достоинством меньше одной копейки:

грош — $\frac{1}{2}$ к., полушка — $\frac{1}{4}$ к.

- 1) Почему 25 к. называли четвертаком, а 50 к. — полтинником?
- 2) Сколько полушек в алтыне? Сколько грошей в пятаке?
- 3) Как можно разменять гривенник на алтыны и гроши?

926. Шахматная доска состоит из 8 рядов по 8 клеток в каждом ряду. Какую часть доски составляет:

- 1) одна клетка;
- 2) 5 клеток;
- 3) один ряд клеток;
- 4) 2 ряда клеток?



927°. Вычислите:

- 1) $\frac{5}{7} \cdot \left(\frac{21}{20} - \frac{7}{30} \right) + \frac{16}{21} : \frac{8}{7}$;
- 2) $\frac{4}{45} : \left(\frac{12}{25} - \frac{4}{15} \right) + \frac{15}{16} \cdot \frac{4}{15}$;
- 3) $2 : 2\frac{2}{3} + 1\frac{4}{5} \cdot 3\frac{1}{3} - 2\frac{5}{6}$;
- 4) $3 : 3\frac{3}{4} + 2\frac{2}{5} \cdot 2\frac{1}{2} - 3\frac{5}{6}$.

928°. Вычислите рациональным способом:

- 1) $96 \cdot \frac{7}{125} + 97 \cdot \frac{11}{125} - \frac{2}{125} - 192 \cdot \frac{9}{125}$;
- 2) $3\frac{12}{19} \cdot 4\frac{3}{23} + 1\frac{4}{19} \cdot 5\frac{7}{23} - 1\frac{8}{19}$.

929. 1) Брат с сестрой собирали орехи. Сестра собрала $\frac{2}{3}$ всех собранных ими орехов. Сколько орехов собрал брат, если всего было собрано 120 орехов?

2) Петя с Леной собирали в лесу грибы. Лена собрала 54 гриба, что составило $\frac{3}{5}$ всех собранных ребятами грибов.

Сколько грибов было собрано?

Слово «градус» переводится с латыни как «шаг», «ступень». Измерение углов в градусах появилось более 3 тыс. лет назад в Вавилоне, где использовалась шестидесятеричная система счисления и шестидесятеричные дроби. Именно поэтому вавилонские математики и астрономы делили окружность на 360 частей — градусов, т. е. шесть раз по шестьдесят, каждый градус — на 60 мин, а минуту на 60 с.

Минута переводится с латыни как маленькая часть, а секунда — вторая, т. е. следующая маленькая часть.

Вавилонская система счисления до сих пор используется и при измерении времени:

$$1 \text{ мин} = \frac{1}{60} \text{ ч}, 1 \text{ с} = \frac{1}{60} \text{ мин}.$$

Шестидесятеричными дробями пользовались астрономы всего мира до XVII в., поэтому их называли *астрономическими дробями*. В отличие от них, арабские дроби, которыми мы пользуемся, стали называть *обыкновенными*.

930°. 1) Выразите в обыкновенных дробях шестидесятеричные дроби:

а) $\frac{18}{60}$; б) $\frac{3250}{60^2}$; в) $\frac{104000}{60^3}$; г) $\frac{810000}{60^4}$.

2) Выразите в шестидесятеричных дробях обыкновенные дроби:

а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{4}{5}$; в) $\frac{5}{8}$; г) $\frac{7}{9}$.

3) Поставьте число вместо многоточия:

а) 2 мин = ... ч; б) $\frac{3}{5}$ ч = ... мин; в) 15 мин 12 с = ... ч.

В конце XVIII в. при разработке метрической системы мер французские ученые предложили делить прямой угол не на 90, а на 100 частей. Такой угол в $\frac{1}{100}$ прямого угла называют словом «град». В градах измеряют углы в геодезии, а также поль-

зуются ими в некоторых строительных расчетах, однако широкого распространения эта единица измерения углов так и не получила.

931. Сын спросил отца, сколько тому лет. Отец ответил так: «Если к моим годам прибавить их половину, затем четверть и еще один год, то получится 134». Сколько лет отцу?

932. Задача из «Арифметики...» Л. Магницкого.

Спросил некто учителя: «Сколько у тебя в классе учеников, так как хочу отдать к тебе в учение своего сына?» Учитель ответил: «Если придет еще учеников столько же, сколько имею, и полстолько, и четверть столько и твой сын, тогда будет у меня 100 учеников». Спрашивается: «Сколько было у учителя учеников?»

933. Задача о Пифагоре, который жил в 580—501 гг. до н. э.

Поликрат, правитель греческого острова Самос, однажды спросил Пифагора, сколько у того учеников. «Охотно скажу тебе, о Поликрат, — отвечал Пифагор. — Половина моих учеников изучают прекрасную математику, четверть исследуют тайны вечной природы, седьмая часть упражняет силу духа, храня в сердце учение. Добавь еще к ним трех юношей, из которых Теон превосходит прочих своими способностями. Столько учеников веду я к рождению вечной истины». Сколько учеников было у Пифагора?

934. Когда спросили у пастуха, сколько овец в отаре, он ответил: «60 овец пьют воду, а остальные $\frac{2}{3}$ всех овец пасутся».

Сколько овец в отаре?

935. 1) Одна бригада может выполнить задание за 21 день, а вторая за 28 дней. За сколько дней они выполнят задание, работая вместе?

2) Первая труба может наполнить бассейн за 24 мин, а вторая за 40 мин. За сколько минут они наполнят бассейн при совместной работе?

936. 1) На прошлой неделе Миша прочитал $\frac{3}{7}$ всей книги, а на этой неделе — закончил чтение книги, прочитав половину оставшихся и еще 20 страниц. Сколько страниц в книге?

2) Токарь выполнил до обеда $\frac{5}{9}$ задания. После обеда ему осталось обточить половину оставшихся деталей и еще 24 детали. Сколько деталей должен был обточить токарь за день?

33

Десятичные дроби

Появление и развитие десятичных дробей было тесно связано с метрологией — учением о мерах. Уже во II в. до н. э. существовала десятичная система мер длины. Примерно в III в. появилась десятичная система мер массы и объема. Тогда же возникло и понятие десятичной дроби.

Правила вычисления с десятичными дробями описал знаменитый ученый Джамшид ибн Масуд аль-Каши, живший в городе Самарканде в начале XV в. Вместо запятой аль-Каши использовал вертикальную черту, отделявшую дробную часть. Через 150 лет после аль-Каши десятичные дроби заново изобрел фламандский инженер и ученый Симон Стевин.

Десятичную запятую или точку для отделения целой части стали использовать с XVII в. Точка для отделения целой части от дробной и сейчас используется в США, Англии и некоторых других странах.

В России учение о десятичных дробях изложил Леонтий Филиппович Магницкий в первом российском учебнике математики.

Широкое применение десятичные дроби получили в XIX в. после введения метрической системы мер и весов.

937. Представьте в виде суммы разрядных слагаемых числа:

- 1) 256; 2) $\frac{382}{1000}$; 3) 506,023.

938. Определите, в каком порядке должны выполняться арифметические действия, и вычислите:

1) $4,6 \cdot (5,8 + 6,3)$;

2) $6,72 - (35,556 + 4,544) : 8,02$;

3) $81,5 + 4,2 \cdot 10,1^2$.

939. Вычислите:

1) $2,4 \cdot \frac{1}{4} + 0,5 : \frac{4}{5}$; 2) $\frac{18,9 + 5,58}{48 \cdot 0,15}$.

940. Расположите в порядке возрастания числа:

$1, \frac{3}{7}, 0,48, 4\frac{5}{9}, \frac{18}{7}, 3,032$.

941. Плавание через пролив Ла-Манш, отделяющий Англию от Франции, считается одним из самых интересных состязаний. Ширина пролива составляет 33 км. В 1875 г. офицер Британского флота капитан Мэтью Уэбб первым переплыл пролив Ла-Манш, затратив 21 ч 45 мин. В 1926 г. мир потрясло известие о том, что пролив переплыла женщина — американская чемпионка Гертруда Эдерли, затратив 14 ч 34 мин. До нее этого успеха добились всего пять мужчин. В настоящее время сотни пловцов преодолевают Ла-Манш туда и обратно. Наилучшее время было показано в 1978 г. американцем Пенни Дином, оно составило 7 ч 40 мин. Самым молодым пловцом был одиннадцатилетний англичанин Томас Грегори, а самым старшим стал его шестидесятилетний соотечественник Бертрам Батт. Найдите скорости плавания М. Уэбба, Г. Эдерли и П. Дина.

942. Округлите числа до сотых с недостатком и с избытком и запишите результат в виде двойного неравенства:

1) $\frac{4}{7}$;

3) $\frac{48}{13}$;

5) 5,(37);

2) 23,451;

4) $2\frac{15}{17}$;

6) 12,2(181).

943. Найдите число, которое:

1) на $2\frac{3}{7}$ больше $1\frac{5}{6}$;

3) в 4 раза больше, чем $1\frac{3}{5}$;

2) на 2,87 меньше 5,29;

4) в 4,3 раз меньше, чем 5,59.

944●. Какие цифры можно подставить вместо звездочки, чтобы было верным неравенство:

1) $3,*8 > 3,5$;

3) $6,87 < 6,*7$;

2) $0,*5 > 0,25$;

4) $15,92 > 15,8*$?

945●. Поставьте запятую так, чтобы стало верным равенство:

1) $32,76 \cdot 0,3 = 9828$;

3) $22,1 \cdot 3,7 = 8177$;

2) $0,54 \cdot 21,6 = 11\ 664$;

4) $125 \cdot 0,03 = 375$.

946. 1) Отметьте на координатном луче числа:

$0,1$; $0,5$; $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{4}$; $1,4$; $\frac{3}{5}$; $1\frac{4}{5}$.

2) Сравните числа: а) $0,5$ и $\frac{1}{2}$; б) $0,1$ и $\frac{1}{4}$; в) $\frac{1}{4}$ и $\frac{3}{5}$.

3) Какой десятичной дробью можно записать число $1\frac{4}{5}$?

4) Вычислите:

а) $1,4 + 1\frac{4}{5}$; б) $0,5 - \frac{1}{2}$; в) $\frac{1}{2} - \frac{1}{4} + 1\frac{4}{5}$.

947. 1) Запишите в виде периодической десятичной дроби обыкновенную дробь:

а) $\frac{5}{9}$;

б) $\frac{7}{9}$;

в) $\frac{17}{99}$;

г) $\frac{29}{99}$.

2)● Найдите обыкновенную дробь, равную периодической дроби:

а) $0,(6)$;

б) $0,(8)$;

в) $0,(13)$;

г) $1,(37)$.

948○. Вычислите:

1) $(87,05 \cdot 2,7 - 55,68 : 32) \cdot 0,8 : 0,02$;

2) $522,348 : 87 + 2,7 \cdot (0,84 - 0,128 : 0,16)$.

949°. Найдите значение выражения:

1) $\left(4,75 - 2\frac{1}{8}\right) : 0,8;$

3) $(1 - 0,532) : \frac{13}{20};$

2) $12,375 : \left(\frac{3}{4} + 0,75\right);$

4) $0,4063 : \left(\frac{4}{5} - \frac{3}{8}\right).$

950. Решите уравнение:

1) $4,7x - (2,5x + 12,4) = 1,9;$

3) $x + 0,23 = \frac{3}{4} + 0,5;$

2) $(8,3 - x) \cdot 4,7 = 5,64;$

4) $2,136 : (1,9 - x) = 7\frac{3}{25}.$

951. Много лет назад в английском графстве Камберленд разразилась сильная гроза. Ветер вырывал деревья с корнями, оставляя глубокие ямы. В одной из них был обнаружен графит, из которого стали изготавливать грифели карандашей. Решите уравнение, корнем которого является год открытия графита:

$$21,87 - (313 : x + 8,74) = 12,93.$$

952. Длина школьного коридора 31,25 м, а его ширина 4,13 м. Найдите площадь школьного коридора. Ответ округлите до сотых.

953. Найдите объем, площадь поверхности и сумму длин всех ребер прямоугольного параллелепипеда, измерения которого равны:

1) $a = 6,4$ см, $b = 5$ см, $c = 2,1$ см;

2) $a = 0,24$ м, $b = 0,4$ м, $c = 1,5$ м.

954. Ширина прямоугольного параллелепипеда 8,4 см, что составляет $\frac{3}{5}$ его длины и $\frac{5}{4}$ высоты. Найдите объем прямоугольного параллелепипеда в см³ и округлите ответ до целых.

955. Московский папирус, написанный примерно в 1850 г. до н. э., хранится в московском Музее изобразительных искусств им. А. С. Пушкина. Найдите его площадь, зная, что длина папируса 5,5 м, а ширина 8 см.

В 1875 г. на конференции в Париже было принято соглашение о введении единой системы мер для 20 государств. Тогда же был изготовлен эталон метра, который и поныне хранится в Париже в Международном бюро мер и весов. В Санкт-Петербурге хранится копия эталона метра. Метр — основная единица длины, которая и дала название *метрической* системе мер.

В настоящее время на метрическую систему мер перешло большинство стран. Однако Великобритания и США сохранили свои традиционные единицы. В этих странах по-прежнему длины измеряют в *милях, ярдах, футах* и *дюймах*.

Ярд — расстояние от кончика носа английского короля Генриха I до кончиков пальцев его вытянутой руки.

Слово *фут* в переводе с английского означает «нога». Эта мера длины возникла, как средняя длина ступни человека.

Слово *дюйм* в переводе с голландского языка означает «большой палец». Эта единица повсеместно используется, например, при указании такой важной характеристики компьютерной картинке, как разрешение. Так разрешение 300 dpi (*dots per inch* — точек на дюйм) означает, что на одном квадратном дюйме расположено 300 цветowych точек, из которых составлена картинка.

В России метрическая система мер стала применяться с 1918 г., а до этого в Российской империи использовались свои единицы измерений.

Связь между мерами длины США, Российской империи и метрическими единицами

1 миля = 7 верст $\approx$ 1 км 609 м

1 верста = 500 сажёней $\approx$ 1 км 67 м

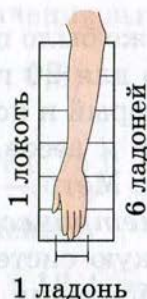
1 аршин = 16 вершков $\approx$ 71 см

1 сажень = 3 аршина = 7 футов $\approx$ 2 м 13 см

1 ярд = 3 фута $\approx$ 91 см 4 мм

1 фут = 12 дюймов $\approx$ 30 см 5 мм

1 дюйм $\approx$ 2 см 5 мм



956. Выразите в метрах: 1) версту; 2) сажень; 3) фут; 4) вершок.

957. Практическая работа.

1) Измерьте:

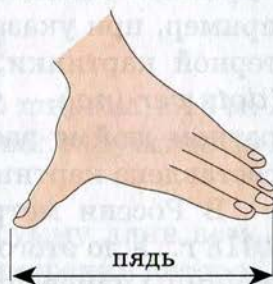
а) расстояние от концов пальцев до локтя согнутой руки (локоть);

б) расстояние между концами расставленного большого и указательного пальца (пядь);

в) длину стопы (фут);

г) расстояние между концами пальцев расставленных в сторону рук (сажень).

2) Сравните измеренные вами фут и сажень с их метрическими значениями.



Для измерения площадей в Российской империи применялись квадратные сажень, аршин, фут, дюйм, вершок. Основной земельной мерой, начиная с XVI в. служила десятина, равная 2400 квадратных саженей. Название происходит от представления десятины как квадрата, сторона которого равна 0,1 версты.

958. Найдите, сколько:

1) квадратных аршинов в квадратной версте;

2) квадратных дюймов в квадратном ярде;

3) квадратных километров в квадратной миле.

Слово «процент» произошло от латинских слов *pro centum*, что буквально переводится как «со ста» и означает одну сотую долю целого. Проценты дают возможность легко сравнивать между собой части целого, упрощают расчеты и поэтому до сих пор широко используются в различных сферах человеческой деятельности. Проценты применялись индийцами уже в V в. На тысячу лет позже в Европе проценты стал применять бельгийский ученый С. Стевин. В 1584 г. он впервые опубликовал таблицу процентов. Введение процентов оказалось удобным для оценки содержания одного вещества в другом, для измерения динамики производства, роста денежного дохода и т. д. Например, в пищевой промышленности используется 9% -й уксус — раствор, содержащий 9 частей уксусной эссенции и 91 часть воды. В витринах магазинов при распродаже товаров указывают, на сколько процентов снижены цены.

Знак % появился в результате опечатки. В рукописях слова *pro centum* часто заменяли сокращением *cto*. В 1685 г. в Париже было издано руководство по коммерческой арифметике, в котором наборщик по ошибке вместо *cto* набрал %. После этой ошибки многие математики также стали употреблять знак % для обозначения процентов, и постепенно он получил всеобщее признание.

- 959.** В городе 80 000 жителей, из них коренное население составляет 60%. Сколько коренных жителей в городе?
- 960.** Организм человека (по массе) содержит 60% воды, 14% белков, 10% жиров, 1% углеводов и другие вещества. Найдите массу каждого элемента в организме человека, который весит 50 кг.
- 961.** За перевод денег банк берет 3% от переводимой суммы. Сколько денег нужно внести в банк, чтобы перевести 1000 р.?
- 962.** В настоящее время средняя продолжительность жизни человека 75 лет, что составляет 25% от максимально возмож-

ной продолжительности жизни человека. Сколько лет может прожить человек?

963. Выразите скорости полета мухи и ворона в процентах от скорости стрижа, если известно, что скорость мухи 25 км/ч, скорость ворона 50 км/ч, а скорость стрижа 100 км/ч.

964. Продолжительность жизни мамонтова дерева 2500 лет. Продолжительность жизни дуба составляет 40%, сосны — 16%, а груши — 12% от продолжительности жизни мамонтова дерева. Сколько лет живут дуб, сосна, груша?

965●. В классе 35 учеников, причем число мальчиков составляет 75% от числа девочек. Сколько в классе мальчиков?

966●. 35 г соли растворили в 165 г воды. Сколько процентов соли содержится в растворе?

967○. Школьники собрали 456 кг макулатуры. Из нее при переработке получилась писчая бумага, масса которой составила 60% массы макулатуры. Сколько тетрадей получится из этой макулатуры, если масса одной тетради 30 г?

968○. Сливочное мороженое содержит 16% сахара. На приготовление мороженого израсходовали 2 кг сахара. Сколько из него получится порций мороженого по 100 г каждая?

969●. На сколько процентов изменится цена товара, если:
1) ее снизить в 2 раза; 2) ее повысить в 1,5 раза; 3) ее увеличить в 4 раза?

970○. Атмосферный воздух содержит (по объему) 77% азота, 21% кислорода, около 1% нейтральных газов и небольшое количество примесей. Сколько кислорода содержится в комнате с размерами 4 м, 5 м, 3 м?

971○. Какое растение живет дольше: брусника или черника, если 5% возраста брусники составляет 15 лет, а 7% возраста черники — 21 год?

972. Масса сушеных грибов составляет 14% от массы свежих.

1) Сколько сушеных грибов можно получить из 20 кг свежих?

2)● Сколько свежих грибов надо взять, чтобы получить 3 кг сушеных?

973●. Два магазина торгуют одним и тем же товаром. В первом цены на 10% ниже, а количество проданного за день товара на 10% больше, чем во втором. В каком из магазинов выручка больше?

974○. В городе с населением 200 тыс. человек в выборах городской думы приняли участие 40% жителей, имеющих право голоса. Сколько человек приняли участие в выборах, если право голоса имеют 85% жителей?

975. Белый медведь весит 600 кг, а бурый медведь легче белого на 55%.

1) Чему равна масса бурого медведя?

2)● На сколько процентов белый медведь тяжелее бурого?

Вы успешно закончили 5 класс, и впереди у вас летние каникулы.

Авторы желают вам хорошо отдохнуть и набраться новых сил.

А чтобы не было скучно в плохую погоду, вам и вашим друзьям предлагается 30 занимательных задач.

Задачи для летнего досуга

- 1. Задача-шутка.** Летели утки: одна впереди, две позади, одна позади и две впереди, одна между двумя и три в ряд. Сколько всего уток?
- 2. Задача-шутка.** Бюро прогнозов сообщило в 12 ч дня, что в Москве в ближайшую неделю сохранится безоблачная погода. Можно ли ожидать, что через 36 ч в Москве будет светить солнце?
- 3. Задача-шутка.** В кармане лежат две монеты на общую сумму 15 к. Одна из них не пятак. Что это за монеты?
- 4.** В вагоне метро сидят рядом пять девочек. Лена сидит через столько же человек от Маши, как и от Нины. Катя сидит через столько же человек от Лены, как и от Нины. Оксана сидит между двумя своими лучшими подругами. Как их зовут?
- 5.** Лена, Саша и Денис учатся в одном классе. Каждый из них занимается спортом: плаванием, бегом и борьбой. Известно, что:
 - 1) Саша сидит за одной партой с тем, кто занимается плаванием;
 - 2) бегун и Денис не живут в одном доме;
 - 3) Лена и пловец родились в один день.Каким видом спорта занимается каждый из ребят?

6. За круглым столом сидят Иванов, Петров, Сидоров и Кузнецов. Их имена Андрей, Сергей, Петр и Максим. Как зовут Иванова, Петрова, Сидорова и Кузнецова, если известно, что:
- 1) Иванов не Максим и не Андрей;
 - 2) Сергей сидит между Сидоровым и Петровым;
 - 3) Кузнецов не Сергей и не Алексей;
 - 4) Петров сидит между Кузнецовым и Андреем?
7. Однажды в минуту отдыха друзья-мушкетеры Атос, Портос, Арамис и д'Артаньян решили немного поразвлечься в перетягивании каната. Портос с д'Артаньяном легко перетянули Атоса с Арамисом. Но когда Портос стал в паре с Атосом, то победа против Арамиса с д'Артаньяном досталась им уже не так легко. А когда Портос с Арамисом оказались против Атоса с д'Артаньяном, то никакая из этих пар не смогла одолеть другую. Определите, как мушкетеры распределяются по силе.
8. В семье три брата: Антон, Иван и Сергей. Антон не старше Сергея, а Иван не старше Антона. Кто из братьев старше всех? Кто младше всех?
9. Из трех монет одна фальшивая. Как одним взвешиванием на чашечных весах без гирь узнать, какая из монет фальшивая, если известно, что она легче остальных?
10. Из четырех монет одна фальшивая. Сколько взвешиваний на чашечных весах без гирь потребуется, чтобы найти фальшивую монету, если известно, что она тяжелее остальных?
11. Есть три монеты, одна из которых фальшивая, но неизвестно, легче она или тяжелее. Сколько взвешиваний на чашечных весах без гирь потребуется, чтобы найти фальшивую монету?
12. Часы отбивают пять ударов за 20 с. За сколько секунд они отобьют 10 ударов?

13. Улитка ползет по столбу, высота которого 10 м. За день она поднимается на 3 м вверх, а ночью спускается на 2 м вниз. За сколько дней доползет улитка до конца столба?
14. Перед мастером пять звеньев цепи, по три кольца в каждом. Их надо соединить в одну цепь. Какое наименьшее число колец надо мастеру для этого расковать, а потом опять заковать?
15. Маугли попросил обезьян принести орехи. Обезьяны набрали орехов поровну, но по дороге они поссорились, и каждая обезьяна бросила в каждую орехом. В итоге Маугли досталось лишь 33 ореха. По сколько орехов собрали обезьяны, если каждая принесла больше одного ореха?
16. — Мама, сколько тебе лет? — спросил однажды сын свою маму.
— Сообрази сам. Если к половине моих лет прибавить семь, узнаешь мой возраст 13 лет тому назад, — ответила мама. Сколько лет маме?
17. Сумма возрастов мужа, жены, дочери и сына составляет 73 года. Муж старше жены на три года, дочь старше сына на два года. Четыре года тому назад членам семьи было 58 лет. Сколько лет сейчас каждому члену этой семьи?
18. У мальчика столько братьев, сколько сестер, а у его сестры братьев в три раза больше, чем сестер. Может ли такое быть? Если может, то сколько мальчиков и сколько девочек в семье?
19. Яблоко и груша вместе стоят 8 р. Пять яблок и две груши стоят 25 р. Сколько стоит одно яблоко и сколько стоит одна груша?
20. Бабушка разводит кроликов и гусей. На вопрос внука: «Сколько у тебя кроликов и гусей?» бабушка ответила:

«Посчитай сам, я только скажу, что у них 25 голов и 54 лапки». Сколько кроликов и сколько гусей у бабушки?

21. Как расставить 10 стульев так, чтобы у каждой стены комнаты стояло по три стула?
22. Как расставить 24 стула так, чтобы они стояли в шесть рядов по пять стульев в каждом ряду?
23. Как расставить 12 стульев в комнате так, чтобы:
 - 1) в двух рядах было по четыре стула, а в одном шесть;
 - 2) у каждой из четырех стен было по четыре стула;
 - 3) два стула стояли посередине комнаты, а остальные — вдоль четырех стен поровну?
24. Для выпуска школьной математической газеты встретились художники, которые обменялись рукопожатиями. В газету они вставили следующую задачу: «Зная, что было 10 рукопожатий, скажите, сколько человек выпускали газету?»
25. У хозяйки два горшка подсолнечного масла: один на 8 л, другой на 3 л. Как ей отлить соседке 6 л масла, если у хозяйки есть только один пустой горшок, вмещающий 5 л масла?
26. Имеется несколько кувшинов, среди которых есть два кувшина разной формы, а также два кувшина разного цвета. Докажите, что среди них найдутся два кувшина разной формы, имеющие разный цвет.
27. В мешке лежат яблоки трех сортов. Какое минимальное число яблок надо взять из мешка не глядя, чтобы среди них наверняка оказались:
 - 1) два яблока одного сорта;
 - 2) пять яблок одного сорта;
 - 3) яблоки всех трех сортов?
28. В магазин привезли 25 ящиков с яблоками трех сортов, причем в каждом ящике лежат яблоки какого-то одного сорта. Можно ли найти 9 ящиков с яблоками одного сорта?

29. В коробке лежат карандаши: семь красных и пять синих. В темноте берут карандаши. Сколько карандашей надо взять, чтобы среди них наверняка оказалось:

- 1) не меньше двух красных;
- 2) не меньше трех синих;
- 3) красный и синий;
- 4) два карандаша одного цвета?

30. В классе пять отличников, 20 хорошистов и 10 троечников. Отличник может получить только «пять», хорошист — «4» или «5», троечник — «3», «4» или «5». В класс пришел новый учитель, он никого не знает из учеников. Сколько учеников ему необходимо вызвать к доске, чтобы наверняка поставить хотя бы одну пятерку?

Ответы, советы, решения

Глава 1. Натуральные числа и нуль

1

2. 1, 3, 4, 7, 8. 3. 1) 2000; 2) 9999; 3) 0; 4) 33; 5) 190; 6) 1000.
4. 1) 10; 2) 90; 3) 20. Цифра 7 и в разряде единиц, и в разряде десятков встречается по 10 раз. 4) 8. С о в е т. Выпишите все такие числа.
9. 1) 10 000; 2) 999 999; 3) 1 000 001; 4) 999 999 999 998. 13. 1) а) К предыдущему числу прибавляют 111; б) из предыдущего числа вычитают 200; в) к предыдущему числу прибавляют 134; г) предыдущее число умножают на 10. 17. 2) Например, 20 003; 3) число должно быть двузначным. Число десятков в нем должно быть равным 2. Подходят числа 20, 21, ..., 29; 4) а) 1; б) 3; в) 6. 18. 1) На 9, 10, ..., 18; 2) на 19, ..., 218; 3) на 219, ..., 9218; 4) на 9219, ..., 59 218.
20. 2) Скорее всего, оба мальчика читали книгу с начала, а не с конца. Поэтому ни один из них не дочитал ее до конца. Возможно, правда, что мальчики читали книгу вслух по очереди и всю ее прочитали.
21. Произведение цифр равно 9, значит, это либо $3 \cdot 3$, либо $1 \cdot 9$, либо $9 \cdot 1$. Поскольку цифра десятков меньше, чем цифра единиц, получаем число 19. 22. 18. 23. 1) 99, ..., 180, 198, ..., 279, 297, ...; 2) а) 100, 102; б) 990, 992. 24. 49. 25. 247. 26. 20. 27. 1) 642; 2) 500.

2

32. 1) На 9402 м; 2) на 16 100 тыс. км²; 3) 5642 м и 8848 м.
33. 1) В 4 раза; 2) 40 т. 34. 1) В 4 раза; 2) 120 лет. 35. 1) 298 р.; 2) 88 км. 36. 1) На 200 км/ч; 2) в 2 раза; 3) в 20 раз и в 10 раз.

37. 1) На 12 км/ч; 2) на 12 р.; 3) на 12 деталей в день; 4) на 12 м³ в час. **38.** Первое число больше в заданиях 1), 2) и 4). Второе число больше в задании 3). Нельзя сделать вывод в задании 5). В задании 6) первое число во всяком случае не меньше, чем второе. **39.** 2) а) 1; б) 2; в) 3; г) 3; д) 12; е) 1. **40.** 1) Да, ведь сумма разрядных слагаемых равна самому числу. 2) Нет, например, $21 > 12$, но суммы цифр у этих чисел равные. **43.** 831. **44.** 1) $4 < 5 < 6$. **46.** 1) $1 < 762 < 770$; 4) $2 < 15\,504 < 16\,000$. **51.** 6) 67, 68, 69, 70, 71. **52.** 1) 90 158; 2) 30 158. **53.** Да, например, 99 и 100. **54.** На 7182. **55.** 7 человек. **56.** 50 листов. **57.** 7 учеников. **58.** В 5 раз.

3

64. 1) 3 дм 3 см; 6) 40; 8) 97 т 460 кг. **68.** 1) а) 2; б) 50; в) 12; г) 20. **78.** 2) 9 и 19. **80.** 82 км/ч. **81.** На 1 мин. **82.** 1) 234 кг; 3) 481 кг и 393 кг. **83.** 1) 912 км; 2) если бы все 8 ч автомобиль ехал по проселочной дороге, то его путь был бы на 81 км короче, т. е. 384 км. Скорость автомобиля на проселочной дороге 48 км/ч, а на шоссе 75 км/ч. 4) 31 ч. **86.** Разговор произошел 1 января. **87.** На 50 г. **88.** 200 г. **89.** На девятый день. **92. ПЕРИМЕТР.**

4

100. Точки N и K . **101.** 3) KL, CD, AB, FE . **102.** 2) Они находятся на равных расстояниях от концов отрезка — *равноудалены* от концов. **103.** 2) Все такие точки лежат на прямой. **108.** Можно в заданиях 1) и 2). В задании 3) нельзя. **111.** 1) 3; 2) 6. **114.** Можно. **116.** 12 см, если точка B расположена между точками A и C . 2 см, если точка A расположена между точками C и B . **117.** 3) Можно в задании а); нельзя в заданиях б) и в). **122.** 12 углов. Если считать и развернутые углы, то любые два из имеющихся шести лучей образуют угол. **125.** 2) Можно в заданиях а) и б). Нельзя в задании в). Этой информации мало, так как острый угол есть у любого треугольника. **126.** 10 дм. **127.** 1) 299 см; 2) 15 см, 21 см, 27 см, 33 см. **128.** 2) а) Равносторонний; б) равнобедренный; в) разносторонний; г) не существует. 3) С о в е т. Сравнить большую из сторон с суммой двух других. **129.** 1) 354 см; 2) 23 см. **130.** 72 м. **131.** Двух. **133.** В трех

случаях: три прямые пересекаются в одной точке, две параллельные пересечены третьей прямой и три прямые в пересечении образуют треугольник.

5

141. Можно в заданиях 1), 4), 6), 7) и 8). Нельзя в заданиях 2), 3) и 5). **142.** 1) Да; 2) нет. **143.** Да. **153.** г. **154.** Две.

6

160. 2) 123° . **162.** 1) 30° ; 2) 60° ; 3) 90° ; 4) 180° ; 5) 105° . **173.** 1) 90° ; 2) 60° ; 4) 35° . **174.** 1) 60° и 120° ; 2) 75° и 105° . **177.** 1) а) По 37° ; б) по 56° ; в) по 28° ; 2) на прямые углы; 3) по 45° . **179.** 1) 120° ; 3) 60° . **180.** Прямой. **182.** а) 72° ; б) 45° ; в) 138° ; г) 37° ; д) 71° ; е) 120° . **188.** 2) 35° , 45° и 55° . **189.** 120° .

Глава 2. Числовые и буквенные выражения

7

195. 1) 2219; 2) 762; 3) 426; 4) 558. **201.** 1) 79 977; 2) 85 882; 3) 465 972; 4) 103. **204.** 1) 54 324; 2) 5363; 3) 3188; 4) 1026; 5) 43; 6) 43. **205.** 269 999. **208.** 1) а) $A(73)$, $B(96)$; б) $D(87)$, $C(60)$; 2) а) увеличится на 29; б) уменьшится на 38. **210.** Нет. Когда ученик складывал числа первый раз, их сумма оказалась четной, т. е. могла разделиться на 2 без остатка. Второе сложение чисел привело ученика к нечетной сумме. **211.** 1) $12 + 8 + 5$; 2) $12 - 8$; 3) $8 - 5$; 4) $(12 + 8) : 5$; 5) $(12 + 8 + 5) : 3$. **212.** 1) 22 и 28; 2) 26 и 74. **219.** 1) Через 2 ч; 2) через 2 ч; 3) через 4 ч; 4) через 4 ч. **222.** 1) 4950; 2) 250 000; 3) 50. **224.** СУММА; ДЕЛИТЕЛЬ.

8

228. 1) а) 78 см^2 ; б) 4500 мм^2 ; в) 18 дм^2 ; г) 9960 см^2 ; 2) 5 дм; 3) 1632 мм^2 ; 4) 392 см^2 ; 5) 121 м^2 . **229.** 2) 13^6 ; 3) 10^3 . **231.** 1) 2^4 ; 2) 4^2 . **233.** 5) 1; 6) 0; 7) 8; 8) 81. **234.** 1) д) 3969; е) 3025; 2) б) 82; г) 99. **235.** 3) 42 025; 4) 9 030 025. **237.** 1) 152; 2) 39; 3) 80; 4) 64; 5) 256; 6) 1043; 7) 972; 8) 56 564; 9) 19. **238.** 1) $7^2 + 9^2 = 130$; 6) $130 - 11^2 = 9$. **239.** 1) 10^1 ; 6) 10^6 . **240.** 1) 236 479; 2) 704 008; 3) 104 006; 4) 50 000. **241.** 4) $3 \cdot 10^6 + 3 \cdot 10^4 + 3 \cdot 10^2 + 3$. **243.** 100 м. **247.** 1) $3\,429\,904 \text{ м}^2$; 2) $342\,990\,400 \text{ дм}^2$. **248.** 1500 а, 15 га. **249.** 1) 156 480 кг; 2) $34\,734 \text{ ц}$. **250.** 1) Вторая сторона больше на 6 м; 2) 84 дм^2 ; 3) на 125 см^2 . **251.** Можно. **253.** 2) Три прямоугольника, так как число 16 делится на длины сторон без остатка в трех случаях. **254.** 1) Увеличится в 4 раза; 2) уменьшится в 9 раз. **255.** в) 30. **259.** 136 789. **260.** 25 и 16.

9

268. 6) 24 см. **271.** Кубик на рисунке в). **273.** 2) а) Нет; б) да; в) да. **275.** а) 27 см^3 ; б) 27 см^3 . **285.** 1) 65 м^3 ; 2) 3 м 2 дм; 3) 55 см; 4) 8 м^3 . **286.** 1) 162 м^3 ; 2) 1350 м^3 . **287.** 1) а) В 3 раза; б) в 9 раз; 2) а) в 9 раз; б) в 27 раз. **288.** 1) 15 ч; 2) 660 м^3 . **289.** На 20 м^3 . **290.** 28 л. **291.** 10. 1) Можно, и еще останется два кубика; 2) да; 3) можно; 4) нет. **293.** Последняя цифра произведения определяется

произведением последних цифр множителей. 1) 8; 2) 7; 3) 4; 4) 5; 5) 6. **294.** $19^3 = 6859$. **295.** 54 см^2 или 42 см^2 . **296.** 6 м.

10

305. 1) д) $2d - k$. **308.** 2) c на 5 больше, чем d ; 4) x в 7 раз больше, чем y ; 7) b равно c . **309.** 1) $3b = a$; 4) $z = 1 \cdot t$; 5) $n = 0 \cdot p$. **310.** 3) $z + 7 = t$, $z = t - 7$, $t - z = 7$; 4) $8x = y$, $y : 8 = x$, $y : x = 8$. **311.** 3) 60, 61, 62, ..., 100. **313.** 3) $3x + 2y$; 4) $2a - 2b$; 5) $21c$; 6) $56 - 9d$. **315.** 1) а) $a = 0$; в) $a \neq 0$; е) 0, 1, 2, 3, 4. **316.** 4) ..., $8y + 7$, $10y + 9$, ... **319.** 5) $10\,000k \text{ см}^2$; 7) 10^6y мм^3 . **320.** 1) Увеличится на 7; 2) уменьшится на 14; 3) увеличится в 2 раза; 4) уменьшится в 3 раза. **322.** 1) $B(4a)$, $C(5a)$, $D(7a)$; 2) $F(a + 5)$. **323.** 1478. **324.** 5) На сколько 6 карандашей дороже двух ручек; 6) во сколько раз ручка дороже карандаша. **325.** 1) Выражение a ; 2) ж; 3) в, д; 4) г; 5) в, д. **326.** 1) а) $5a$; б) $7b$; в) $2a + 3b$; 2) $b - a$; 3) $3a - b$; 4) $5a : (2b)$. **327.** 1) $m - (m - 13) = 13$. **328.** а) $2a + b$; б) $4a : 5$ и $a : 5$; в) $(c - b) : 2$; г) $2a : 3$ и $a : 3$. **329.** 1) а) $2x$; б) $(x + y) : 3$; в) $x + 2x$ или $3x$; г) $yx - x$; д) $3x + 3y$ или $3(x + y)$. **331.** 1) $(a - 3c) \text{ км}$; 2) $(2a + 3c) \text{ км}$; 3) $c : 2 \cdot 3 \text{ км}$; 4) $(x : 2 - x : 3) \text{ км/ч}$. **332.** 1) $a : 2 \cdot 5 \text{ км}$; 2) $(S : t - v) \text{ км/ч}$; 3) $(v + u)t \text{ км}$. **335.** В 11 раз. **336.** 14 футов. **337.** На 155.

11

341. 1) а) $P = 4a$; б) $S = a^2$; в) $V = a^3$. **342.** а) $S = (a + d)(b + c) - ac$, $P = 2(a + b + c + d)$; б) $S = ab - (b - c)(a - d)$, $P = 2(a + b)$. **343.** 2) а) 2808 см^3 ; б) $2\,802\,009 \text{ м}^3$; 3) а) $h = 8 \text{ м}$; б) $h = 13 \text{ м}$. **344.** $a = bq + r$. 1) 55; 2) 5; 3) 103; 4) 55. **345.** 1) $C = 3k + 2r + t$ (р.). **346.** 1) 4320 автомашин при круглосуточной работе; 2) 2 м^2 в час; 3) 6 ч. **348.** Решение. 1) $v_{\text{сбл}} = v_1 + v_2$, а) $v_{\text{сбл}} = 3 + 18 = 21$ (км/ч); б) $s = v_{\text{сбл}} \cdot t$, $21 \cdot 3 = 63$ (км) — сблизятся. 2) $v_{\text{уд}} = v_1 + v_2$, а) $v_{\text{уд}} = 56 + 108 = 164$ (км/ч); б) $s = v_{\text{уд}} \cdot t$, $164 \cdot 3 = 492$ (км) — удалятся. 3) $v_{\text{сбл}} = v_1 - v_2$, а) $v_{\text{сбл}} = 90 - 36 = 54$ (км/ч); б) $s = v_{\text{сбл}} \cdot t$, $s = 54 \cdot 3 = 162$ (км) — сблизятся. 4) $v_{\text{уд}} = v_1 - v_2$, а) $v_{\text{уд}} = 42 - 15 = 27$ (км/ч); б) $s = v_{\text{уд}} \cdot t$, $27 \cdot 3 = 81$ (км) — удалятся. **353.** 1) а) 690; б) 50; в) 3; г) 8. **354.** 1) 1218; 2) 41 001; 3) 127; 4) 126; 5) 194 400; 6) 7962.

355. 1) а) 104; б) 24 656; в) 2345; г) 7 660 078. **356.** 1) 77; 2) 23; 3) 5712; 4) 203; 5) 12; 6) 3. **358.** Решение. а) $x + 28 = 114$, $x = 86$; б) $47 + y + 36 = 134$, $y = 51$; в) $2x + 10 = 40$, $x = 15$; г) $7x + 9 = 65$, $x = 8$. **359.** 1) 21, 23 и 20 окуней; 2) 300 г, 200 г, 700 г; 3) 27 см, 27 см, 14 см; 4) 24 дм, 33 дм. **360.** 1) 12, 24, 36. Решение. $x + (x + 12) + (x + 12) + 12 = 72$, $3x + 36 = 72$, $3x = 36$, $x = 12$. 2) 27 и 31. Решение. $x + (x + 4) = 58$, $x = 27$. **362.** 1) 20° , 40° , 120° . Решение. Пусть второй угол равен x , тогда первый угол — $2x$, а третий — $3 \cdot 2x$. Зная, что развернутый угол равен 180° , составим уравнение: $x + 2x + 3 \cdot 2x = 180$, $9x = 180$, $x = 20$. 2) 30° и 150° . Решение. $x + 5x = 180$, $x = 30$. **363.** 1) 30 м/с — скорость поезда, 600 м — длина моста; 2) 225 м — длина поезда, 15 м/с — скорость поезда. **364. УРАВНЕНИЕ. 365. 1004.**

Глава 3. Доли и дроби

12

- 369.** 1) AH и HB ; 2) AF , CG и DH ; 3) AE , CF , DG и EH ; 4) AD , CE , DF , EG и FH . **372.** 1) 20 м; 2) 1 475 000 км²; 3) 161 р.; 4) 51 страницу; 5) в 3 раза; 6) 303 р. **373.** Дробь. **374.** 1) а) $\frac{1}{3}$; б) $\frac{2}{5}$; в) $\frac{3}{4}$; г) $\frac{6}{12}$. **375.** 3) а) 12 см²; б) 12 см². **376.** 2) Две. **379.** 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{8}$; 3) 1; 4) $\frac{3}{11}$. **380.** 1) а) $A(\frac{2}{6})$, $B(\frac{4}{6})$, $C(\frac{5}{6})$, $D(1)$; б) $A(\frac{2}{5})$, $B(\frac{3}{5})$, $C(\frac{6}{5})$, $D(\frac{7}{5})$. **381.** 1) а) $x > 9$; б) $x \leq 9$; 2) 8, 9, 10, 11, 12. **382.** 1) а) $\frac{1}{7} > \frac{1}{8}$; б) $\frac{1}{101} > \frac{1}{110}$; в) $\frac{1}{4852} < \frac{1}{4851}$; г) $\frac{1}{1010} < \frac{1}{1001}$. **383.** $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{11}$, $\frac{1}{14}$, $\frac{1}{17}$, $\frac{1}{20}$, $\frac{1}{23}$, ... **385.** 1) $\frac{1}{8}$; 2) $\frac{3}{8}$; 3) 375 г. **388.** 1) 10 мин; 2) отметку «4». **390.** 1) 6 см; 2) 9 см; 3) 2 см; 4) 5 см. **391.** 1) 63; 2) 56; 3) 9; 4) 15; 5) 35; 6) 14. **394.** 1) 10 тетрадей; 2) 1800 мл; 3) 150 кг, 250 кг; 4) 3 км; 5) 7 семян; 6) 13 семян. **395.** Длина отрезка MN составляет $\frac{3}{5}$ от длины отрезка LK . **397.** 480 м. **398.** 1) $\frac{9}{10}$; $\frac{11}{12}$; 2) $\frac{5}{6}$; $\frac{6}{7}$; 3) $\frac{9}{32}$; $\frac{11}{64}$. **399.** Например, $\frac{609}{906}$.

13

- 405.** 15 см. **406.** 5) $\frac{369}{207}$; 6) $\frac{636}{777}$. **407.** 1) $\frac{8}{5}$ кг; 2) скопировали $\frac{7}{11}$ рукописи, осталось $\frac{4}{11}$ рукописи. **408.** 1) 10 кг; 2) 12 м. **410.** 3) $x = \frac{15}{17}$; 4) $x = \frac{1}{12}$. **412.** 1) $\frac{6}{8}$; 2) $\frac{9}{8}$; 3) $\frac{15}{8}$. **413.** 3) $x = \frac{506}{85}$; 6) $x = \frac{21}{23}$. **414.** 1) 0; 2) 1. **415.** 1) и 2) а) Нет; б) да; 3) 57 км; 4) 18 учеников. **416.** 4) $\frac{36}{13}$ м; 5) $\frac{8}{5}$ см²; 6) $\frac{9}{2}$ дм³. **417.** 2) $\frac{16}{119}$; 4) $\frac{130}{17}$. **420.** 1) $\frac{4}{12}$; $\frac{5}{12}$; 2) $\frac{16}{19}$; $\frac{32}{19}$; 3) $\frac{8}{23}$; $\frac{5}{23}$. **421.** 2 кг. **422.** Увеличится. **423.** 3, 4, 5, 6.

424. 1) 1296 см^2 ; 2) 6042 см^2 . 425. а) 24 см^2 . 427. 1) $\frac{35}{2} \text{ см}^2$;

2) $\frac{6}{13} \text{ дм}^2$; 3) 18 дм^2 ; 4) $\frac{16}{11} \text{ см}^2$. 429. 42 см^2 . 430. 1) в) 120° ;

2) а) остроугольный; б) и в) тупоугольный. 431. 40° , 70° и 70° .

Решение. 3) $(180^\circ - 40^\circ) : 2 = 70^\circ$. 432. 1) Да; 2) да; 3) да; 4) да.

433. 1) Совет. Сначала найдите первые два угла. 3) Совет. Составьте и решите уравнение $x + 2x + (x + 60) = 180$. 5) 90° , 40° и 50° .

Решение. $\frac{9}{9}x + \frac{4}{9}x + \left(\frac{4}{9}x + 10\right) = 180$, $\frac{17}{9}x = 170$, $x = 90$.

435. Квадратом. 436. 4) 132° , 24° , 24° . Решение. $\frac{11}{11}x + 2 \cdot \frac{2}{11}x =$

$= 180$, $x = 132$. 437. Прямые. 439. 1053 см^2 . 440. 1) Четыре узелка;

2) 12 м; 3) 3 м, 4 м и 5 м. 442. 2) Площадь равна периметру.

443. 54 см^2 ; 36 см. 444. Равны, так как каждый из треугольников составлен из двух равных египетских треугольников. 445. Наиболь-

ший периметр у прямоугольного треугольника с катетами 1 см и 32 см. Наименьший периметр у квадрата. 447. $\frac{23}{4} \text{ см}^2$. Площадь

тетрадной клетки равна $\frac{1}{4} \text{ см}^2$. 449. 180° . 450. $\frac{3}{4}$.

Глава 4. Действия с дробями

15

- 455.** 2) а) $d > 7$; 3) 1, 2, 3, ..., 6, 7. **457.** 3) 205; 4) 167; 5) 69; 6) 3.
- 465.** 4) $\frac{131}{12} = 10\frac{11}{12}$. **466.** 6) $5\frac{3}{8} = \frac{43}{8}$; 8) $\frac{17}{3} = 5\frac{2}{3}$. **467.** 1) д) $17\frac{85}{100}$;
- е) $21\frac{320}{321}$. **468.** 2) $\frac{31}{11}$; 4) $\frac{661}{28}$; 6) $\frac{5573}{111}$. **469.** 1) а) $2\frac{37}{60}$ ч; в) $29\frac{13}{60}$ ч;
- 2) б) $21\frac{701}{1000}$ км. **471.** 1) 5708; 2) 20; 3) 713; 4) 609. **472.** 1) $1\frac{2}{4}$ м;
- 2) $24\frac{3}{5}$ кг; 3) $25\frac{1}{3}$ страницы; 4) $1\frac{5}{10}$ пачки; 5) в 3 раза меньше, т. е.
- $16\frac{2}{3}$ м; 6) $436\frac{4}{5}$ км; 7) $2875\frac{1}{4}$ р. **474.** Совет. Запишите неправиль-
- ные дроби как смешанные числа. **475.** 1) 2; 2) $1\frac{1}{7}$; 3) $2\frac{2}{3}$. **476.** 2) $5\frac{4}{5}$, 6;
- 3) $4\frac{4}{5}$, $5\frac{5}{6}$; 4) $\frac{42}{7}$, $\frac{56}{8}$; 5) $5\frac{1}{7}$, $\frac{43}{7}$; 6) $\frac{36}{8}$, $\frac{45}{8}$. **477.** $67 : 17 = 3$ (ост. 16).
- 478.** $\frac{1}{9}$. **479.** 18 ч 30 мин.

16

- 482.** 1), 4) Увеличится в 2 раза; 2), 3) уменьшится в 2 раза.
- 483.** 1) Разделить знаменатель дроби на 3; 2) разделить числитель дроби на 5. **485.** 1) $\frac{9}{39}$; 2) $\frac{37}{33}$; 3) 1; 4) 1. **486.** 3) Увеличится в 2 раза;
- 4) дробь не изменится. **491.** $\frac{1}{2} = \frac{4}{8} = \frac{50}{100}$, $3\frac{1}{4} = \frac{26}{8} = \frac{325}{100}$. **492.** 1) $\frac{3}{4} =$
- $= \frac{6}{8} = \frac{15}{20} = \frac{27}{36} = \frac{72}{96}$; 2) $\frac{2}{5} = \frac{6}{15} = \frac{14}{35} = \frac{32}{80} = \frac{40}{100}$. **493.** 1) $\frac{5}{6}$, $\frac{7}{8}$ и $\frac{20}{55}$.
- 494.** 1), 3) Можно; 2), 4) нельзя. **495.** а), г). **498.** 1) $1\frac{1}{2}$; 2) $1\frac{1}{5}$; 3) $1\frac{3}{7}$;
- 4) $6\frac{8}{13}$; 6) $1\frac{4}{7}$. **501.** 1) $\frac{1}{9} = \frac{2}{18} = \frac{3}{27} = \frac{6}{54}$, $\frac{9}{10} = \frac{90}{100} = \frac{45}{50}$, $\frac{3}{7} = \frac{6}{14}$.
- 502.** 1) $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{8}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{15}{16}$, 1; 2) $\frac{49}{12}$, 4, $\frac{27}{12}$, $\frac{7}{4}$, $\frac{3}{2}$, $\frac{5}{6}$. **503.** 1) $\frac{14}{17}$; 2) $\frac{4}{5}$;

3) $\frac{56}{91}$; 4) $\frac{11}{32}$; 5) $\frac{12}{13}$; 6) $\frac{120}{137}$. 506. 1) $\frac{1}{160}$ г; 2) примерно 83 яйца.

509. На одну стирку. 512. $3\frac{3}{4}$.

17

517. 1) $\frac{3}{4}$; 2) $\frac{3}{20}$. 518. 1) 5, 6, 7, ...; 2) 1, 2, 3, 4, 5; 3) 1, 2, 3, 4, 5;

4) 1, 2. 519. 1) $\frac{3}{4} > \frac{5}{8}$; 2) $\frac{5}{6} > \frac{4}{7}$; 3) $\frac{7}{10} < \frac{71}{100}$; 4) $\frac{3}{7} < \frac{4}{5}$; 5) $\frac{5}{11} < \frac{2}{3}$;

6) $\frac{2}{15} < \frac{3}{20}$. 520. 1) $\frac{15}{30}, \frac{18}{30}, \frac{20}{30}$; 2) $\frac{18}{63}, \frac{21}{63}, \frac{28}{63}$; 3) $\frac{9}{24}, \frac{10}{24}, \frac{20}{24}$; 4) $\frac{7}{72}$,

$\frac{22}{72}, \frac{54}{72}$. 521. 1) а) $\frac{112}{168}, \frac{112}{168}, \frac{126}{168}, \frac{147}{168}$; 2) а) $\frac{18}{24}, \frac{16}{24}, \frac{15}{24}, \frac{12}{24}$; 3) б) $\frac{25}{30}$,

$\frac{12}{30}, \frac{10}{30}, \frac{8}{30}$. 523. 1) $\frac{9}{10}$; 2) $\frac{101}{102}$; 3) $\frac{99}{100}, \frac{20}{21}, \frac{10}{11}, \frac{9}{10}, \frac{5}{6}, \frac{4}{5}, \frac{1}{2}$.

524. 1) $\frac{9}{20}$; 2) $\frac{11}{20}$. 525. 1) а) $\frac{2}{3} < \frac{3}{4}$; б) $\frac{8}{15} > \frac{3}{7}$; в) $\frac{19}{60} < \frac{29}{90}$. 527. 1) На 2 ч;

2) $\frac{2}{3}$ сут.; 3) $\frac{7}{12}$ сут. 528. 1) Меркурий; 2) Луна. 529. 1) Максим по-

тратил 35 мин, а Денис 36 мин; 3) сын старше дочери; 4) второй, так

как $\frac{50}{70} < \frac{45}{60}$. 530. 1) В семье Лены доход больше, так как квартплата

составляет меньшую часть семейного дохода, чем в семье Сергея.

2) Поскольку $\frac{5}{28} < \frac{8}{35}$, родители Оли платят за квартиру больше. Ве-

роятно, их жилищные условия лучше. 531. 2469. 532. 19 ч 12 мин.

533. Дроби равны. 534. 1) $\frac{4}{5}$ или $\frac{5}{6}$; 2) $\frac{3}{7}$.

18

536. 2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{12}$. 537. 2) $\frac{1}{6} + \frac{1}{7}$. 538. 1) $\frac{47}{36}$; 2) $\frac{53}{45}$; 3) $\frac{1}{99}$; 4) $\frac{1}{12}$;

5) $\frac{101}{72}$; 6) $\frac{97}{180}$; 7) $\frac{41}{132}$; 8) $\frac{35}{88}$. 539. 1) $\frac{9}{28}$; 2) $\frac{13}{42}$; 3) $\frac{67}{180}$; 4) $\frac{7}{8}$; 5) $\frac{4}{15}$;

- 6) $\frac{1}{2}$; 7) $\frac{29}{45}$; 8) $\frac{9}{200}$; 9) $\frac{25}{84}$; 10) $\frac{1}{132}$; 11) $\frac{137}{240}$; 12) $\frac{101}{220}$. **540.** 3) $4 - \frac{1}{5} = 3\frac{4}{5}$; 5) $5 - \frac{1}{6} = 4\frac{5}{6}$. **542.** 2) $8\frac{7}{8}$; 3) $1\frac{23}{36}$; 4) $28\frac{5}{6}$. **543.** 1) $34\frac{1}{18}$; 2) $48\frac{4}{7}$. **544.** 1) а) $\frac{567}{1000}$; б) $2\frac{111}{500}$; в) $261\frac{115}{500}$; г) $709\frac{3}{1000}$; 2) а) $\frac{1}{10} + \frac{7}{100}$; б) $\frac{3}{10} + \frac{6}{100} + \frac{9}{1000}$; в) $\frac{6}{1000} + \frac{5}{10000}$; г) $\frac{2}{1000} + \frac{7}{10000} + \frac{3}{100000}$. **545.** Выполнил $\frac{11}{30}$, осталось $\frac{19}{30}$. **546.** $\frac{5}{12}$. **547.** $2\frac{37}{50}$ кг. **548.** $8\frac{7}{10}$ м. **549.** 1) $20\frac{3}{4}$ кг и $11\frac{1}{4}$ кг; 2) на $9\frac{3}{7}$ кг. **550.** 1) $\frac{19}{60}$; 2) $\frac{3}{10}$. **551.** 1) $\frac{1}{40}$; 2) $\frac{133}{720}$; 3) $\frac{7}{24}$. **552.** Хватит. **553.** Одна неудовлетворительная работа. **554.** 1) На $\frac{1}{10}$; 2) на $\frac{5}{21}$. **556.** $2\frac{23}{36}$. **557.** $7\frac{2}{3}$. **558.** 2) Увеличится на $8\frac{6}{15}$; 3) уменьшится на $7\frac{3}{10}$; 4) увеличится на $1\frac{19}{30}$; 5) не изменится. **559.** Уменьшится на $7\frac{29}{36}$. **562.** 2) $\frac{63}{64}$. **563.** 2) а) $\frac{1}{35} - \frac{1}{36}$; б) $\frac{1}{10} - \frac{1}{11}$; в) $\frac{1}{24} - \frac{1}{25}$; 3) $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \dots + \frac{1}{98} - \frac{1}{99} + \frac{1}{99} - \frac{1}{100} = 1 - \frac{1}{100} = \frac{99}{100}$. **565.** 21 ученик.

19

- 568.** 1) $\frac{1}{4}$; 2) $\frac{40}{77}$; 3) $\frac{3}{4}$; 4) 6; 5) 1. **569.** 1) $4\frac{1}{3}$; 2) 1; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $2\frac{4}{7}$; 5) $\frac{156}{9}$; 6) $1\frac{17}{33}$. **570.** 1) $3\frac{27}{35}$ м ≈ 377 см; 2) $7\frac{19}{35}$ м ≈ 754 см; 3) $13\frac{1}{5}$ м = 1320 см. **571.** $13\frac{1}{5}$ км. **572.** 345 м. **573.** 1) $65\frac{1}{6}$; 2) $24\frac{11}{16}$. **574.** 1) $\frac{5}{24}$; 2) $2\frac{13}{72}$; 3) 2; 4) $13\frac{4}{7}$. **575.** 2) а) $\frac{25}{36}$; б) $\frac{13}{36}$; в) $\frac{25}{36}$. **577.** $191\frac{14}{25}$ км. **578.** $6\frac{2}{3}$ л. **579.** 23 км/с. **580.** 1) 288 мальчиков и 192 девочки; 2) 120 ц

3) 18 градусов. **581.** $8\frac{5}{8}$ м, 23 м, $2\frac{7}{8}$ м. **582.** $895\frac{973}{1000}$ кг $\approx$ 896 кг.
583. 1) Треугольники прямоугольные. **584.** Треугольник прямоугольный. Его площадь $\frac{6}{49}$ м². **585.** 2 куска. **586.** $4\frac{17}{27}$ см³.
588. 960 км. **589.** Кофе и молока поровну. **590.** $\frac{1}{8}$. **591.** Коровы рыжей масти. **592.** Например, 5 и $1\frac{1}{4}$; 9 и $1\frac{1}{8}$; 21 и $1\frac{1}{20}$.

596. 3) 2; 5) $\frac{1}{2}$; 6) 1; 7) $\frac{3}{17}$; 8) $\frac{5}{38}$. **598.** 4) 30. **599.** 1) $\frac{20}{21}$; 4) 2; 7) 1; 8) $\frac{100}{441}$; 9) $\frac{10}{21}$; 10) $\frac{5}{21}$. **601.** 1) На $2\frac{1}{3}$ кг; 2) на $4\frac{1}{2}$ кг. **602.** 1) $6\frac{4}{5}$ км; 2) через 2 ч. **603.** 1) 20 км; 2) $2\frac{1}{12}$ км. **604.** 1) $\frac{5}{3}$; 2) $\frac{7}{2}$; 4) $\frac{1}{4}$; 10) $\frac{16}{7}$; 12) $\frac{529}{25}$. **605.** 1) $\frac{5}{3}$; 2) $\frac{5}{4}$; 3) $\frac{10}{9}$; 4) $\frac{9}{8}$. **606.** 1) 1; 2) 3; 3) $\frac{1}{4}$; 4) 10. **607.** 1) $\frac{2}{3}$; 2) 4; 3) $23\frac{7}{16}$; 4) $\frac{4}{45}$. **608.** 1) $(5\frac{2}{9} - 3\frac{1}{2}) + (4\frac{3}{8} - 1\frac{1}{3}) = 4\frac{55}{72}$; 3) $(5\frac{2}{9} - 3\frac{1}{2}) : (4\frac{3}{8} - 1\frac{1}{3}) = \frac{124}{219}$; 4) $3\frac{83}{411}$; 5) $4\frac{43}{48}$. **609.** 1) Не изменится; 3) умножится на $\frac{4}{9}$; 4) умножится на $\frac{49}{16}$. **610.** 1) Умножить на $\frac{18}{5}$; 2) умножить на $\frac{45}{2}$. **612.** 26 см. **613.** 1) 230 р.; 2) $67\frac{1}{2}$ км; 3) $14\frac{2}{5}$ ч; 4) 72 мин. **614.** В $1\frac{3}{5}$ раза. **615.** 60, 160 и 180 залов. Р е ш е н и е. $x + 2\frac{2}{3}x + (x + 120) = 400$. **616.** 1) 135 р.; 2) 75 м. **617.** 1) За 30 мин; 2) за 60 мин. **620.** $\frac{8}{7}$ при $x = 7$. **621.** Всем досталось поровну. **622.** На $\frac{1}{12}$ часть.

Глава 5. Десятичные дроби

21

- 626.** 1) Умножение на 100; 2) умножение на 100 000; 3) деление на 1000; 4) деление на 10 000. **628.** 3) 0,05; 4) 40,012; 5) 0,0001; 6) 710,0509. **629.** 1) Равны а), в) и г); 2) верно. **631.** 3) $30\frac{4}{100}$; 6) $703\frac{102}{10000}$. **632.** 3) 0,001; 6) 54,67. **634.** 3) 102,012. **639.** 1) 0,2; 2) 0,5; 3) 0,25; 4) 0,125; 5) 0,04; 6) 0,008. **640.** $\frac{1}{2} = 0,5$; $\frac{11}{20} = 0,55$; $\frac{2}{125} = 0,016$. **641.** 2) б) $10 = \frac{1000}{100} = 10,00$. **642.** 11) 7,7. **643.** 3) $5,40 = \frac{54}{10} = \frac{27}{5} = \frac{81}{15}$. **644.** Последнее число должно быть 101001,0001. **645.** 1) Сначала козу, затем волка, козу вернуть, затем капусту и, наконец, козу. 2) Сначала одного мальчика на другой берег, затем второй мальчик возвращает лодку, затем переправляется солдат, мальчик перегоняет лодку, и все повторяется. **646.** Запятую.

22

- 647.** 4) 9,9 см. **653.** 1) $A(0,6)$, $B(0,8)$, $D(1,4)$, $E(1,8)$; 2) $P(\frac{2}{3})$, $R(\frac{4}{3})$, $S(2\frac{1}{3})$; 3) $K(0,2)$, $L(0,5)$, $M(1,05)$. **655.** 1) $M(77,2564)$, $N(77,2568)$, $L(77,2572)$, $B(77,2576)$; $D(23,375)$, $E(23,3825)$, $F(23,385)$, $K(23,39)$. **669.** 1) а) 0,00012; б) 0,33333; в) 0,56789; г) 0,100001. 2) Уменьшаются в заданиях а), в) и г); увеличиваются в задании б). **670.** 1) 0,7803; 2) 0,0203.

23

- 675.** 1) 28,01; 2) 19,683; 3) 6,775; 4) 13,573. **676.** 2) а) Равносторонний треугольник; б) ромб или квадрат; в) возможно, что это прямоугольник, но наверняка параллелограмм; г) дельтоид. **677.** 1), 3), 4) существует; 2) не существует. **678.** 1) 272,87; 2) 455,187;

3) 666,903; 4) 31,628; 5) 545,698; 6) 242,312; 7) 421,567; 8) 882,617.
680. 1) 4,119; 4,125; 2) 0,7; 0,6; 3) 6,6; 6,75; 4) 7,43; 6,63. **681.** 1) $1 + 0,3$; 2) $0,7$; 2) $5 + 2,256$; $10 - 2,744$. **683.** 2) 3,91; 4) 11,3.
684. 1) г) 308006,107; 2) д) $4 \cdot 10^5 + 5 \cdot 10 + \frac{2}{10^3}$. **685.** 1) $4,2a$; 2) $0,06b$;
 3) $37,73c$; 4) $7,7d$. **686.** 1) 11,82; 2) 5,064; 3) 18,41; 4) 2,957; 5) 10;
 6) 27,089. **688.** 1) $107,02y$; 2) $226,56a$. **689.** 1) Выдержит; 2) 0,17 часть
 массы. Р е ш е н и е. $1 - (0,81 + 0,02) = 0,17$. **690.** 13,3 т. **691.** 78,4 м.
692. 1) 18; 2) 30. **693.** 20 см или 4,6 см. **694.** 1) Увеличится на 6;
 2) уменьшится на 12. **695.** Должно остаться 13 чисел 1,11 и 5 чисел
 1,1.

24

709. 1) 506,346; 2) 0; 3) 51; 4) 9,7875; 5) 0; 6) 8,48; 7) 0; 8) 0.
710. 1) 1051,68; 2) 1608; 3) 0,84; 4) 372,38; 5) 163,989; 6) 233,49.
711. 1) в) 51,84; д) 0,7921; 2) а) 2,9; б) 8,2; в) 0,56; г) 0,76.
712. 1) 21,6; 2) 1,96; 3) 40,96; 4) 21,6; 5) 1,96; 6) 40,96. **713.** 1) 1,456;
 0,1456; 0,01456; 3) 0,16; 0,25; 0,36; 4) 2; 2,5; 3. **714.** 1) 13,27;
 2) 0,62; 3) 62,98; 4) 1,981. **715.** УМНИЦА. **716.** 1) $4,4x + 5,4$;
 2) $1,5x - 4,2$; 3) $1 - 6,4x$; 4) $0,2x - 10$. **717.** 1) 34,65; 2) 0,402; 3) 15,4;
 4) 12,9. **718.** 1) 33,82; 2) 24,47; 3) 5,43; 4) 10,281. **719.** ГАУСС. Вы
 получили фамилию знаменитого немецкого математика Карла Фрид-
 риха Гаусса (1777—1855), который еще в детстве обнаружил выдаю-
 щиеся способности. В девятнадцать лет он решил задачу о возможнос-
 ти построения циркулем и линейкой правильных многоугольников,
 над которой бились ученые в течение двух тысяч лет. **720.** 264 дета-
 ли. **721.** 1) $81,862 \text{ м}^2$; 2) 5,58 м; 3) 10,29 кг; 4) 1,716 кг; 5) а) 460 лис-
 тов; б) 300 листов; в) 160 листов; 6) а) 38,71 г; б) 3,95 г; в) 11,85 г.
722. 1) 28,6 р.; 2) 100,69 р. **723.** 1) 81,2 км; 2) 74 км. **724.** 1) 4,8 и 16,8;
 2) 11,5 и 48,3. **725.** 1) 1,04 м, $0,0676 \text{ м}^2$; 2) 50,58 дм. **726.** 1) $14,4 \text{ см}^3$,
 $41,76 \text{ см}^2$, 34,4 см; 2) $0,91 \text{ м}^3$, $15,664 \text{ м}^2$, 26,12 м. **727.** 18. **729.** 50.

25

736. 8) Пропущен 0 после запятой. **738.** 1) 0,2; 2) 0,5; 3) 0,03;
 4) 4,5. **739.** 1) 0,75; 2) 0,625; 3) 0,35; 4) 1,4; 5) 7,5; 6) 17,25.

740. 1) 0,125; 2) 0,96; 3) 7,5; 4) 0,09375. 741. 1) 6,53; 2) 11,52; 3) 0,79; 4) 11,52; 5) 6,53; 6) 10; 7) 0,79; 8) 11,52; 9) 0,08. 743. 1) 5,1; 5,8; 2) 5,7; 5; 3) 19,2; 38,4; 4) 0,8; 0,4. 744. 1) а) 18,5; б) 2,8; в) 0,115; г) 511,15; д) 0,0305; е) 250 391; 2) а) 5,1; б) 0,2; в) 0,24; г) 0,0002; д) 6,86; е) 0,62. 745. 1. 747. 17,25 км/ч, 20,75 км/ч. 748. 1) Экономичнее «Ока»; 2) 22,4 л и 45,44 л. Решение. 1) «Ока» тратит 0,035 л на 1 км, «Жигули» — 0,071 л на 1 км. $0,071 > 0,035$, значит, «Ока» экономнее. 2) $0,035 \cdot 640 = 22,4$ (л); $0,071 \cdot 640 = 45,44$ (л). 750. 1) $0,15 \text{ м/мин} = 0,009 \text{ км/ч}$; 2) 36 000 км/ч; 3) 12 000 взмахов. 752. 1) У шести; 2) у двенадцати; 3) у восьми. 753. 1) 2,25; 2) 0,016.

26

756. 4) 1,1(15). 757. 1) а) 0,4; б) 0,(3); в) 0,7; г) 2,(45); д) 1,25; е) 1,(6). 758. 1) 0,(6); 2) 2,(2); 3) 1,(13); 4) 3,(518). 760. 1) $0,(3) > 0,3$; 2) $2,3(17) < 2,31(7)$; 3) $1,57 < \frac{11}{7}$; 4) $\frac{23}{17} > \frac{17}{13}$. 761. 1), 2) и 3) верно утверждение б). 762. 1) $95,6(8) < 95,6889$; 2) $9,(57) = 9,(57)$; 3) $5,(67) > 5,675$; 4) $1,7(8) < 1,7(899)$. 763. 0,(23). 764. Белов рыжий, Чернов блондин, Рыжов брюнет.

27

767. 1) $8 < 8,1 < 8,2$; 4) $2 < 2,5 < 3$. 768. 2) а) 4 и 5; б) 4,3 и 4,4; в) 4,37 и 4,38. 770. 1) а) 0,35 и 0,36; 2) а) с недостатком. 771. 1) 0,333 и 0,334. Приближение 0,333 точнее; 2) 0,3333 и 0,3334. Приближение 0,3333 точнее. 772. 3) Не может. 773. 1) Приближения указаны с точностью до 0,01. Число 46,28 отличается от 46,28475 меньше чем на 0,005, т. е. меньше чем на половину единицы разряда сотых, а 46,28 — больше чем на половину единицы разряда сотых. Значит, число 46,28 — более точное приближение. 2) Приближения указаны с точностью до 0,1. Более точное приближение 46,3. Это приближение отличается от числа 46,28475 меньше чем на половину единицы разряда десятых. 5) До 0,0001. Одинаковая точность. 6) До 10. Точнее 50. 774. 1) а) 4,83 и 4,84; б) 54,08 и 54,09; в) 0,55 и 0,56; г) 7,14 и 7,15; 2) а) 4,83; б) 54,09; в) 0,56; г) 7,14. 775. 1) 2,6; 2) 2,5; 3) 2,6; 4) 2,2. 776. 3) а) 7; б) 7,5; в) 7,47; г) 7,475; д) 7,474747; е) 7,4747475;

4) а) 52; б) 52,1; в) 52,11; г) 52,108; д) 52,108108; е) 52,1081081.
777. 1) 0,43; 2) 0,88; 3) 2,27; 4) 3,00. **778.** 3) $0,047 \approx 0,05$. **779.** 2) Бесконечно много чисел. **781.** $622,1 \text{ см}^3$. **782.** 3 см. **783.** 1) 11 025 м; 2) 2,13 с. **784.** 1) Наибольшая скорость на короткой дистанции 100 м — 10 м/с; остальные скорости 7,14 м/с; 6,22 м/с; 6,09 м/с; 5,56 м/с; 2) 0,675 ч. **786.** Примерно 4 года. **787.** 1) Три носка; 2) девять носков; 3) семь носков.

28

789. 1) 7; 2) 8; 3) 5; 4) 11; 5) 1200; 6) 7800. **790.** 1) а) 1,6; б) 8; в) 1,2; г) 6,3. **791.** 1) 0,87; 2) 2,17; 3) 243; 4) 930; 5) 6,25; 6) 25. **792.** 1) Разряда тысячных; 2) а) 8,33; б) 13,85; в) 1,19; г) 0,01; д) 0,09; е) 8,6. **793.** ЛЕЙБНИЦ. **794.** 1) 24,3; 2) 0,31; 3) 5,49; 4) 0,1; 5) 0,25; 6) 0,1. **795.** 1) б) 0,01; в) 0,01; д) 100; ж) 1; з) 0; 2) а) 164; г) 12,9; е) 50. **796.** 1) 6; 2) 167. **797.** 1) 2 и 3; 2) 7 и 8. **798.** 1) Нет. Значение левой части равенства 60. 2) Верно. **799.** Нет 1) и 2). **800.** 1) 13,9; 2) 8,8. **801.** 1) $9\frac{5}{6}$; 2) $\frac{5}{8}$; 3) $2\frac{6}{25}$; 4) $5\frac{2}{15}$; 5) $2\frac{6}{25}$; 6) $5\frac{2}{15}$. **802.** 1) $\frac{5}{3}$; 2) $\frac{4}{5}$; 3) 3; 4) 0,5; 5) 5,12; 6) $50\frac{2}{3}$. **803.** 1) $\frac{7}{2}$; 2) 4,2. **804.** 1) 9,9 м; 2) примерно 31,1 л; 3) 137,5 км; 4) 750 км; в 8 раз меньше. **805.** 1) 276 кг; 2) капустой 7,5 га, картофелем 16,5 га. **808.** 2) «Какая дорога ведет в твой город?»

29

809. 1), 3) и 4) верно; 2) неверно, так как 1% от 1 кг равен 10 г. **810.** 1) 3 г; 2) 2500 м^2 ; 3) 10 000 р.; 4) 9200 человек. **811.** 1) 0,1 от 34; 2) 0,2 от 224; 3) 0,2 от 56; 4) $\frac{1}{2} \cdot 49$. **812.** 1) 50%; 2) 25%. **813.** 1) а) 50%; б) 30%; в) 75%; 2) а) 10 м^2 ; б) 300 м^2 ; в) 200 м^2 . **814.** 1) 4,35; 2) 2,22; 3) 6,25; 4) 112; 5) 12,3; 6) 0,132; 7) 121; 8) 111; 9) 0,4. **815.** 2) а) a ; б) $0,5a$; в) $0,25a$. **816.** 4) а) $\frac{100}{17}$; б) $\frac{500}{17}$; в) $\frac{11}{34}$; г) $\frac{280}{17}$. **818.** 1) а) 180; б) 450; в) 108; 2) а) 31,5; б) 147; в) 1050.

821. 1) а) 40%; б) 250%; в) 150%; г) 87,5%; 2) а) на 60%; б) на 150%; в) на 50%; г) на 12,5%. **822.** 1) На 100%; 2) на 90%; 3) на 75%; 4) на 700%; 5) на 900%; 6) на 50%. **823.** 15%. **824.** 1) На 275 р. **Решение.** В этой задаче за 100% принимается внесенная сумма, т. е. 2500 р.; 1% — 25 р.; 11% — 275 р. 2) 5100 р. **Решение.** За 100% принимается исходная сумма, тогда 11% — 561 р.; 1% — 51 р.; 100% — 5100 р. 3) 8%. **Решение.** За 100% принимается внесенная сумма, т. е. 3200 р.; 1% — 32 р.; $256 : 32 = 8(\%)$. **825.** 1) 20 учеников; 2) 30 учеников; 3) 65%; 4) 100 пятиклассников; 5) 500 учеников. **826.** 1) 12 девочек; 2) 60 пятиклассников. **827.** 1) 200 страниц; 2) 42 страницы; 3) 75%. **828.** 1) 10 000 р.; 2) на 20 млн р. **829.** 20%; усушка на 80%. **830.** 1,32 кг. **831.** 1) а) 2600 р.; б) 19 500 р.; в) 65 000 р.; г) 130 000 р.; 2) а) 3075 р.; б) 6888 р.; в) 12 300 р. **832.** 1) 200 страниц; 2) 2 страницы; 3) 66 страниц; 4) 64 страницы; 5) 130 страниц; 6) 70 страниц. **833.** 1) Массу всех завезенных апельсинов; 2) 86%; 3) 14%; 4) 2 кг; 5) 104 кг; 6) 68 кг. **834.** 50 марок. **835.** 240 г. **Решение.** Миндаля — 12,5%, масла — 12,5%, сахара — 25% и муки — 50%. Муки и сахара требуется 62,5%, значит, 62,5% — 1200 г; 1% — 19,2 г; 12,5% — 240 г. **836.** 72 кг цемента, 54 кг песка и 54 кг мелкого камня. **Решение.** 100% — 180 кг; 1% — 1,8 кг; 40% — 72 кг, 30% — 54 кг, $100\% - 40\% - 30\% = 30\%$. **837.** 1215 кг муки и 30 кг манной крупы. 1) $\approx 1,2$ кг пшеницы; 2) 50 кг пшеницы. **Решение.** Принимая за 100% количество требуемого зерна, получим: 1) 81% — 1 кг, 1% — $\frac{1}{81}$ кг, 100% — $\frac{100}{81}$ кг $\approx 1,2$ кг; 2) 2% — 1 кг, 1% — 0,5 кг, 100% — 50 кг. **838.** 43%. **839.** 1) 40%; 2) $\approx 84,6\%$. **841.** 7. **842.** 60%. **843.** ПРОЦЕНТЫ; ДРОВИ.

30

844. 1) 16; 2) 67; 3) 12; 4) 240; 5) 1,7; 6) 1,6. **845.** 1) 7,12; 2) 1,19; 3) 337,00; 4) 52,65. **846.** 1) Числа равны; 2) среднее арифметическое первых трех чисел больше. **849.** а) $M(4,86)$; б) $B(4,71)$; в) $A(6,24)$; г) $M\left(\frac{m+n}{2}\right)$. **850.** 1) $\frac{a+c}{2}$; 2) a ; 3) $\frac{a+b+c}{3}$; 4) $a+2,5$. **851.** 1) 55 см;

2) 737 м. **853.** 1) Девочек 14, мальчиков 12, а всего учеников в классе 28; 2) у мальчиков средний рост больше. **854.** 1,44 м. **857.** 1) 3,17.
2) Ученику нужно получить 5 пятерок. Р е ш е н и е. $(2 + 3 + 4 + 3 + 2 + 5 + 5x) : (6 + x) = 4$, $19 + 5x = 4 \cdot (6 + x)$, $19 + 5x = 24 + 4x$, $x = 5$.
3) Успеет, если на каждом уроке будет получать пятерку. **858.** 126 слов в минуту. **860.** 1) 4,8 км/ч; 2) скоростью лодки в стоячей воде; 3) на 4,17%. **861.** 1) ≈ 63 км/ч; 2) нет, среднее арифметическое скоростей примерно 45,3 км/ч. **862.** Нет, так как $6,35 \cdot 35 = 222,25$. Сумма натуральных чисел не может быть дробным числом. **863.** 429. **864.** 1) Маме 31 год; 2) пятеро детей.

<http://kurokam.ru>

865. АРИФМЕТИКА. 866. 1) 123, 144, 255, 588; 2) СМД, ТНГ, ХКЗ. **867.** 1) а) 4 и 6; б) IV и VI; 2) а) 9 и 11; б) IX и XI; 3) а) 49 и 51; б) XLIX и LI; 4) а) 99 и 101; б) XCIX и CI; 5) а) 499 и 501; б) CDLXLIX и DI; 6) а) 999 и 1001; б) IM и MI. **869.** 1) I, II, III, IX, X, XI, XII, XIII, XIX, XX, XXI, XXII, XXIII, XXIX, XXX, XXXI, XXXII, XXXIII; 2) C, CC, CCC, CD, D, DC, DCC, DCCC. **870.** 1) 7, 19, 47, 1666, 2819. **872.** 32 числа. **873.** 1) Одно; 2) три; 3) шесть. **875.** До разряда 1) сотен; 2) сотен тысяч; 3) миллионов; 4) сотен; 5) тысяч. **878.** 1) 0; 1; 2) 0; 1; 3) например, 0,1. **879.** 1) 0; 2) 5. **881.** б) $5 < 50 < 55$; д) $9000 < c < 10\,000$; е) $10\,100 < d < 11\,000$. **884.** 2) l ; 3) n . **887.** 2) 2; 3) 1. **888.** 2) 4. **891.** 3) 531; 4) 4654. **893.** 1) 6600; 2) 24. **895.** а) Существует, периметр равен 16 м; в) существует, периметр равен 220 м; г) не существует. **896.** 1) $2^5 = 32$; 3) $4^3 = 64$; 6) $10^6 = 1\,000\,000$. **897.** 1) 125; 2) 82; 3) 137; 4) 105; 5) 75; 6) 13. **898.** 1) Нет; 2) да. **900.** 1) 60 см. **901.** 32 см, 216 ступней. **902.** 25 р. Р е ш е н и е. $1 + 3 + 9 + 27 = 40$ (частей). $1000 : 40 = 25$ (р.). **903.** 1) 405 км; $50\frac{5}{8}$ км/ч; 2) 265 км;

$37\frac{6}{7}$ км/ч. **904.** 1) 15 км/ч; 19 км/ч; 2) 40 км/ч; 37 км/ч. **905.** 7 км/ч.

Р е ш е н и е. Скорость лодки по течению реки равна $24 : 3 = 8$ (км/ч), а ее скорость против течения равна $24 : 4 = 6$ (км/ч). Скорость течения реки $(8 - 6) : 2 = 1$ (км/ч), а значит, собственная скорость лодки равна 7 км/ч, т. е. среднему арифметическому скорости лодки по течению и против течения. **909.** 1) k ; 2) bc ; 4) $(a - k) : b$. **910.** 1) $13 : 4 = 3$ (ост. 1); 2) $18 : 5 = 3$ (ост. 3); 3) $61 : 18 = 3$ (ост. 7); 4) $1332 : 13 = 102$ (ост. 6); 5) $1955 : 15 = 130$ (ост. 5); 6) $2301 : 201 = 11$ (ост. 90). **911.** 1) 734; 2) 3007; 3) 142; 4) 10. **912.** 1) 1; 2) 0 или 2; 3) 0. **913.** 1), 2), 3), 4) и 6) при нуле; 5) при любом значении. **914.** 1) 127; 2) 194 400; 3) 126. **915.** 1) 409; 2) 99; 3) 64; 4) 25. **916.** Периметр и площадь выражаются одним и тем же числом. **917.** 213 и 319 холодильников.

919. 1) $\frac{2}{11}$; 2) $\frac{2}{7}$; 3) $\frac{2}{13}$; 4) $\frac{2}{99}$. 920. $\frac{2}{15}$; $\frac{7}{9}$; $\frac{2}{7}$; $\frac{3}{5}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{5}{8}$. 921. 1) $\frac{59}{90}$;
 2) $\frac{31}{63}$; 3) $2\frac{23}{36}$; 4) $3\frac{11}{24}$. 927. 1) $\frac{5}{4}$; 2) $\frac{2}{3}$; 3) $3\frac{11}{12}$; 4) $2\frac{29}{30}$. 928. 1) $\frac{9}{125}$;
 2) 20. 929. 1) 40 орехов; 2) 90 грибов. 930. 1) а) $\frac{3}{10}$; б) $\frac{65}{72}$; в) $\frac{13}{27}$;
 г) $\frac{1}{16}$; 2) а) $\frac{40}{60}$; б) $\frac{48}{60}$; в) $\frac{2250}{60^2}$; г) $\frac{2800}{60^2}$. 931. Отцу 76 лет. Р е ш е н и е.
 $x + \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + 1 = 132$, $\frac{7}{4}x = 133$, $x = 76$. 932. 36 учеников.
 933. 28 учеников. Р е ш е н и е. Пусть x — количество учеников у
 Пифагора, тогда $\frac{1}{2}x$ (уч.) изучают математику, $\frac{1}{4}x$ (уч.) исследуют
 тайны природы, $\frac{1}{7}x$ (уч.) упражняют силу духа. Зная, что если мы
 все сложим и добавим еще трех учеников, то получим число всех уче-
 ников Пифагора, составим уравнение: $x = \frac{1}{2}x + \frac{1}{4}x + \frac{1}{7}x + 3$. Умно-
 жим уравнение на 28, получим $28x = 14x + 7x + 4x + 84$, $3x = 84$,
 $x = 28$. 934. 180 овец. Р е ш е н и е. Если 1 — вся отара, тогда $1 - \frac{2}{3} =$
 $= \frac{1}{3}$ (ч.) отары пьет воду. 60 овец составляют $\frac{1}{3}$ всей отары, значит,
 вся отара в 3 раза больше и составляет: $60 \cdot 3 = 180$ (ов.). 935. 1) За 12
 дней; 2) за 15 мин. 936. 1) 70 страниц; 2) 108 деталей.

937. 3) $5 \cdot 10^2 + 6 + \frac{2}{10^2} + \frac{3}{10^3}$. 938. 1) 55,66; 2) 1,72; 3) 509,942.
 939. 1) 1,225; 2) 3,4. 941. Скорость Уэбба $1\frac{15}{29}$ км/ч $\approx 1,5$ км/ч, ско-
 рость Эдерли $2\frac{116}{437}$ км/ч $\approx 2,3$ км/ч, скорость Дина $4\frac{7}{23}$ км/ч $\approx$

$\approx 4,3$ км/ч. **942.** 1) $0,5 < \frac{4}{7} < 0,58$; 2) $23,45 < 23,451 < 23,46$; 3) $3,69 < \frac{48}{13} < 3,70$; 4) $2,88 < 2\frac{15}{17} < 2,89$; 5) $5,37 < 5,(37) < 5,38$; 6) $12,21 < 12,2(121) < 12,22$. **943.** 1) $4\frac{11}{42}$; 2) 2,42; 3) $6\frac{2}{5}$; 4) 1,3. **946.** 3) 1,8; 4) а) 3,2; б) 0; в) 2,05. **947.** 1) а) 0,(5); б) 0,(7); в) 0,(17); г) 0,(29); 2) а) $\frac{2}{3}$; б) $\frac{8}{9}$; в) $\frac{13}{99}$; г) $\frac{136}{99}$. **948.** 1) 9331,8; 2) 6,112. **949.** 1) 2,1; 2) 8,25; 3) 0,72. **950.** 1) 6,5; 2) 7,1; 3) 1,02; 4) 1,6. **951.** 1565 г. **952.** 129,06 м². **953.** 1) 67,2 см³, 111,88 см², 54 см; 2) 0,144 м³, 2,112 м², 8,56 м. **954.** 790 см³. **955.** 0,44 м². **958.** 1) 2 258 408 квадратных аршин; 2) 1337 квадратных дюймов; 3) 2,59 км². **959.** 48 000 жителей. **960.** 30 кг воды, 7 кг белков, 5 кг жиров, 0,5 кг углеводов, 12,5 кг других веществ. **961.** 1030 р. **962.** 300 лет. Интересно, что средняя продолжительность жизни человека составляла: 19 лет в каменном веке, 27,5 лет в XVI в., 40,6 лет в 1900 г., 57,7 лет в 1946 г., 70 лет в 1998 г. **963.** 25%, 50%. **964.** Дуб живет 1000 лет, сосна 400 лет, а груша 306 лет. **965.** 15 мальчиков. Решение. 100% — это число девочек. Тогда, 175% — 35, 1% — 0,2, 75% — 15. **966.** 17,5%. Решение. Масса раствора 200 г — 100%, 1% — 2 г, 35 : 2 = 17,5 (%). **967.** 9120 тетрадей. **968.** 125 порций. **969.** 1) Уменьшится на 50%; 2) увеличится на 50%; 3) увеличится на 300%. **970.** 12,6 м³ кислорода. **971.** Возраст брусники равен возрасту черники. **972.** 1) 2,8 кг; 2) примерно 21,5 г. **973.** Во втором магазине. **974.** 68 тыс. жителей. **975.** 1) 270 кг; 2) на 122,2%.

Список дополнительной литературы

Абдрашитов Б. М., Абдрашитов Т. М., Шлихунов В. Н. Учитесь мыслить нестандартно. — М.: Просвещение, 1996.

Аменицкий Н. Н., Сахаров И. П. Забавная арифметика. — М.: Наука, 1992.

Арутюнян Е., Левитас Г. Занимательная математика. 1—5 классы. — М.: Высшая школа, 2002.

Бабинская И. Л. Задачи математических олимпиад. — М.: Наука, 1975.

Баврин И. И., Фрибус Е. А. Занимательные задачи по математике. — М.: Владос, 1994.

Барр Ст. Россыпи головоломок. — М.: Мир, 1978.

Беррондо М. Занимательные задачи. — М.: Мир, 1983.

Гарднер М. Математические чудеса и тайны: Математические фокусы и головоломки. — М.: Наука, 1978.

Гарднер М. Математические головоломки и развлечения. — М.: Мир, 1999.

Гарднер М. Математические досуги. — М.: Мир, 1972.

Гик Е. Я. Занимательные математические игры. — М.: Знание, 1982.

Игнатьев Е. И. В царстве смекалки, или Арифметика для всех. — М.: МАСТ, 2003.

Кордемский Б. А. Математическая смекалка. — М.: Наука, 1991.

Кордемский Б. А. Математические заглавки. — М.: Онкс, 2000.

Кордемский Б. А., Ахатов А. А. Удивительный мир чисел. — М.: Просвещение, 1986.

Лингрен Г. Занимательные задачи на разрезание. — М.: Мир, 1977.

Нагибин Ф. Ф., Канин Е. С. Математическая шкатулка: Пособие для учащихся. — М.: Просвещение, 1984.

Олехник С. Н., Нестеренко Ю. В., Потапов М. К. Старинные занимательные задачи. — М.: Дрофа, 2002. — (Познавательно! Занимательно!).

Перельман Я. И. Живая математика. — М.: АСТ, 2003.

Перли С. С., Перли Б. С. Страницы русской истории на уроках математики: Нетрадиционный задачник. 5—6 классы. — М.: Педагогика-Пресс, 1994.

Сахаров И. П., Аменицкий Н. Н. Забавная арифметика. — СПб.: Лань, 1996.

Савин А. П. Занимательные математические задачи. — М.: АСТ, 1995.

Смалиан Р. Алиса в Стране Смекалки. — М.: Мир, 1987.

Худодатова Л. М. Математика в ребусах, кроссвордах, чайнвордах, криптограммах. 5 класс. — М.: Школьная Пресса, 2002.

Чулков П. В. Математика: Школьные олимпиады. 5—6 классы. — М.: НЦ ЭКАС, 2004.

Шарыгин И. Ф. Математический винегрет. — М.: Мир, 2002.

Шарыгин И. Ф. Уроки дедушки Гаврилы, или Развивающие каникулы. — М.: Дрофа, 2003. — (Познавательно! Занимательно!).

Шарыгин И. Ф., Ерганжиева Л. Н. Наглядная геометрия. 5—6 классы. — М.: Дрофа, 2000.

Шарыгин И. Ф., Шевкин А. В. Математика. Задачи на смекалку: Учебное пособие для 5—6 классов. — М.: Просвещение, 1995.

Шевкин А. В. Школьная олимпиада по математике. Задачи и решения. — М.: ООО «Русское слово — учебная книга», 2002.

Шейнина О. С., Соловьева Г. М. Математика. Занятия школьного кружка. 5—6 классы. — М.: НЦ ЭКАС, 2003.

Энциклопедический словарь юного математика. — М.: Педагогика, 1989.

Энциклопедия для детей. Т. 11: Математика. — М.: Аванта+, 1999.

Я познаю мир: Детская энциклопедия: Математика. — М., 1995.

Кроме того, можно найти интересные книги и журналы в Интернете на сайте <http://www.mccme.ru/free-books/ilib.htm>.

Учебное издание

**Муравин Георгий Константинович
Муравина Ольга Викторовна**

МАТЕМАТИКА

5 класс

Учебник для общеобразовательных учреждений

Зав. редакцией *Г. Н. Хромова*

Редактор *Т. С. Зельдман*

Художник *Е. А. Костина*

Художественные редакторы *О. В. Матоянц, А. А. Шувалова*

Технические редакторы *Л. В. Коновалова, С. А. Толмачева*

Компьютерная графика *В. А. Антипов, А. В. Прахин*

Компьютерная верстка *Е. В. Агуреева*

Корректоры *Г. И. Мосякина, Е. Е. Никулина*

Санитарно-эпидемиологическое заключение
№ 77.99.24.953.Д.006499.07.06 от 26.07.2006.

Подписано к печати 12.09.06. Формат 70×90¹/₁₆.

Бумага офсетная. Гарнитура «Школьная». Печать офсетная.

Усл. печ. л. 23,4. Тираж 5000 экз. Заказ № 15415 (II-Sm).

ООО «Дрофа». 127018, Москва, Суцевский вал, 49.

**Предложения и замечания по содержанию и оформлению книги
просим направлять в редакцию общего образования издательства «Дрофа»:
127018, Москва, а/я 79. Тел.: (495) 795-05-41. E-mail: chief@drofa.ru**

**По вопросам приобретения продукции
издательства «Дрофа» обращаться по адресу:
127018, Москва, Суцевский вал, 49.**

Тел.: (495) 795-05-50, 795-05-51. Факс: (495) 795-05-52.

Торговый дом «Школьник».

109172, Москва, ул. Малые Каменщики, д. 6, стр. 1А.

Тел.: (495) 911-70-24, 912-15-16, 912-45-76.

Сеть магазинов «Переpletные птицы».

Тел.: (495) 912-45-76.

ОАО «Смоленский полиграфический комбинат».
214020, Смоленск, ул. Смольянинова, 1.

Схемы перевода единиц

ДЛИНЫ

$$\begin{array}{ccccccc} \text{км} & \xleftrightarrow{\cdot 1000} & \text{м} & \xleftrightarrow{\cdot 10} & \text{дм} & \xleftrightarrow{\cdot 10} & \text{см} & \xleftrightarrow{\cdot 10} & \text{мм} \\ & \xleftarrow{: 1000} & & \xleftarrow{: 10} & & \xleftarrow{: 10} & & \xleftarrow{: 10} & \end{array}$$

ПЛОЩАДИ

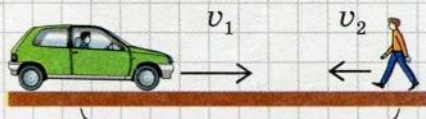
$$\begin{array}{ccccccc} \text{км}^2 & \xleftrightarrow{\cdot 100} & \text{га} & \xleftrightarrow{\cdot 100} & \text{а} & \xleftrightarrow{\cdot 100} & \text{м}^2 & \xleftrightarrow{\cdot 100} & \text{дм}^2 & \xleftrightarrow{\cdot 100} & \text{см}^2 & \xleftrightarrow{\cdot 100} & \text{мм}^2 \\ & \xleftarrow{: 100} & & \xleftarrow{: 100} & & \xleftarrow{: 100} & & \xleftarrow{: 100} & & \xleftarrow{: 100} & & \xleftarrow{: 100} & \end{array}$$

ОБЪЕМА

$$\begin{array}{ccccccc} \text{км}^3 & \xleftrightarrow{\cdot 1000} & \text{м}^3 & \xleftrightarrow{\cdot 1000} & \text{дм}^3 & \xleftrightarrow{\cdot 1000} & \text{см}^3 & \xleftrightarrow{\cdot 1000} & \text{мм}^3 \\ & \xleftarrow{: 1000} & & \xleftarrow{: 1000} & & \xleftarrow{: 1000} & & \xleftarrow{: 1000} & \end{array}$$

Схемы и формулы для решения задач на совместное движение двух объектов

1. Встречное движение



$$v_{\text{сбл}} = v_1 + v_2, \quad s = v_{\text{сбл}} \cdot t$$

3. Движение с отставанием



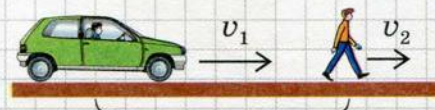
$$v_{\text{уд}} = v_1 - v_2$$

2. Движение в противоположных направлениях



$$v_{\text{уд}} = v_1 + v_2, \quad s = v_{\text{сбл}} \cdot t$$

4. Движение вдогонку

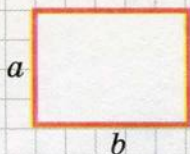


$$v_{\text{сбл}} = v_1 - v_2$$

Латинский алфавит

Aa	Bb	Cc	Dd	Ee	Ff	Gg	Hh	Ii	Jj	Kk	Ll	Mm
а	бэ	цэ	дэ	е	эф	же	аш	и	жи	ка	эл	эм
Nn	Oo	Pp	Qq	Rr	Ss	Tt	Uu	Vv	Ww	Xx	Yy	Zz
эн	о	пэ	ку	эр	эс	тэ	у	вэ	дубль-вэ	икс	игрек	зет

ФОРМУЛЫ

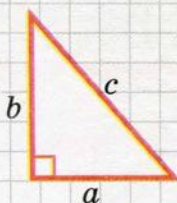


Площадь прямоугольника $S = ab$,
где a и b — его стороны.

Периметр прямоугольника $P = 2(a + b)$,
где a и b — его стороны.



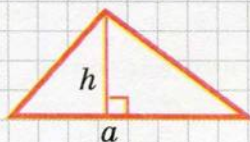
Диаметр окружности $d = 2r$,
где d — диаметр, r — радиус.



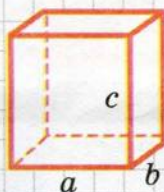
Площадь прямоугольного треугольника

$S = \frac{ab}{2}$, где a и b — его катеты.

Теорема Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$.



Площадь треугольника $S = \frac{ah}{2}$, где a —
основание, h — высота треугольника.



Объем прямоугольного параллелепипеда
 $V = abc$, где a , b , c — три его измерения.

Площадь поверхности прямоугольного
параллелепипеда $S = 2(ab + ac + bc)$.

Уважаемые учителя!

Представляем вашему вниманию
новый учебник, открывающий линию
по математике авторов Г. К. Муравина,
К. С. Муравина, О. В. Муравиной:

- теоретический материал в учебнике представлен в виде блоков с тематически связанными заданиями, что способствует его эффективному усвоению;
- разнообразные задания дифференцированы по уровню сложности;
- в помощь учащимся в учебнике даны ответы ко всем задачам, советы и решения к наиболее трудным из них, контрольные вопросы и задания, справочный материал на форзацах.

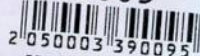
**Содержание учебника соответствует
новому образовательному стандарту.**

ISBN 5-358-01662-7



9 785358 016620

339009



2 050003 390095
У-50-3-1-1

1 шт/236

ДРО